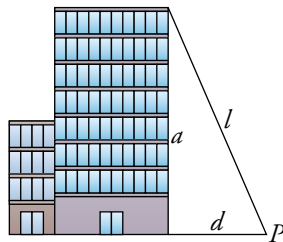


Medida directa y medida indirecta de una longitud

- Conociendo la altura del edificio, $a = 108$ m, y la distancia que hay desde P a su base, $d = 45$ m, podemos calcular la longitud, l , del cable tendido desde P hasta la azotea.

Halla la longitud l .



$$l^2 = a^2 + d^2 \quad l = \sqrt{108^2 + 45^2} = 117 \text{ m}$$

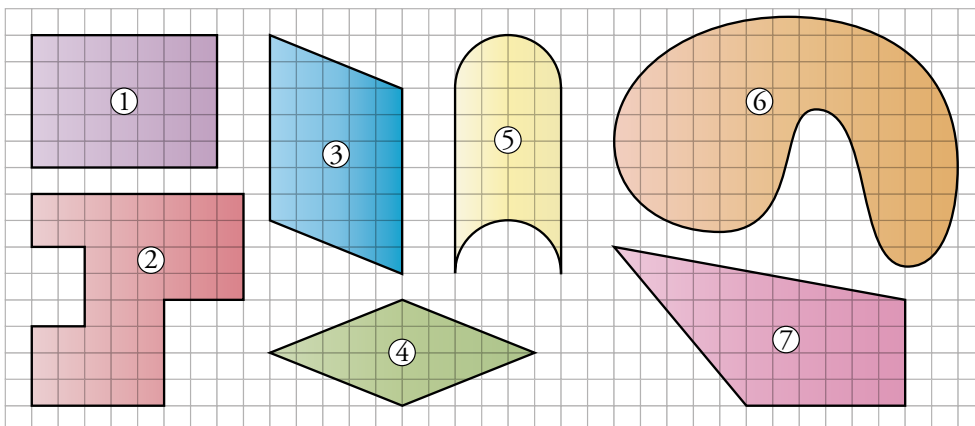
- Un fajo de 200 folios tiene un grosor de 24 mm. Calcula el grosor de cada folio.



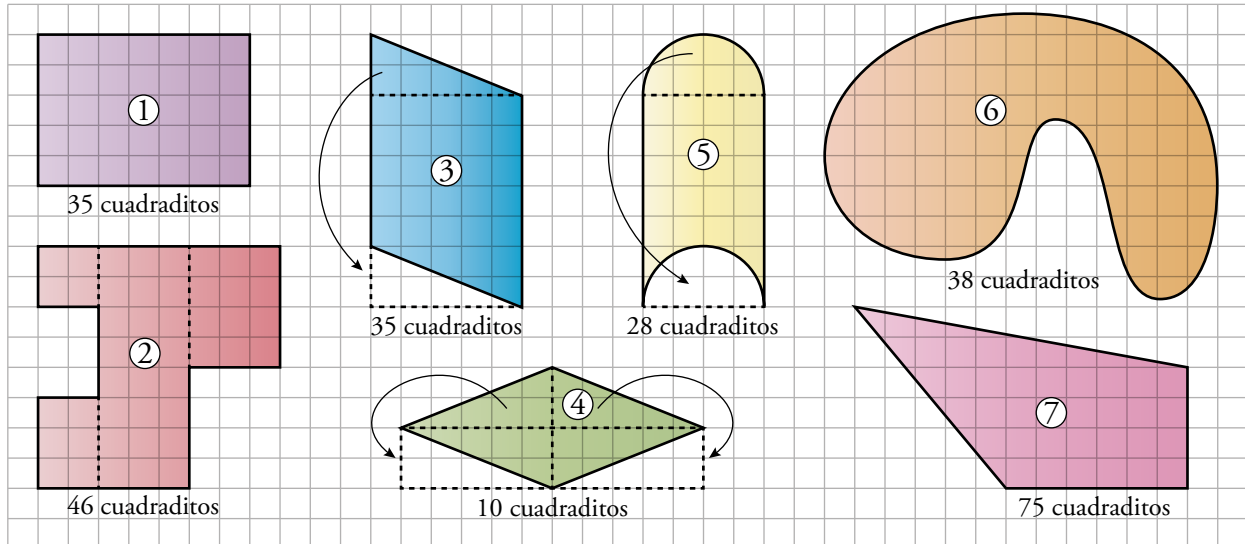
El grosor de cada folio es de $24 : 200 = 0,12$ mm.

Medida de áreas

- Intenta hallar las áreas de todas estas figuras del modo más eficaz: razonando, descomponiendo y recomponiendo, ...



- | | | | |
|---|-------------------------------------|---|---|
| 1 | Área = $7 \cdot 5 = 35$ cuadraditos | 2 | Área = $12 + 24 + 4 + 6 = 46$ cuadraditos |
| 3 | Área = 35 cuadraditos | 4 | Área = 20 cuadraditos |
| 5 | Área = 28 cuadraditos | 6 | Área = 38 cuadraditos |
| 7 | Área = 75 cuadraditos | | |



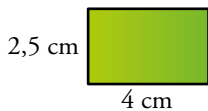
Nota: el área de las figuras 6 y 7 es un cálculo aproximado contando cuadraditos.

1 Medidas en los cuadriláteros

Página 238

Cálculo mental 1.

Di el área y el perímetro de este rectángulo:

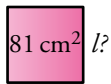


$$A = 4 \cdot 2,5 = 10 \text{ cm}^2$$

$$P = 2,5 \cdot 2 + 4 \cdot 2 = 13 \text{ cm}$$

Cálculo mental 2.

¿Cuál es el lado de este cuadrado cuya área conocemos? ¿Y su perímetro?

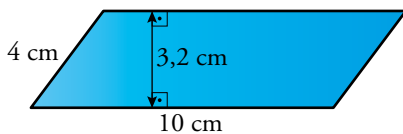


$$l^2 = 81 \quad l = \sqrt{81} = 9 \text{ cm}$$

$$P = 9 \cdot 4 = 36 \text{ cm}$$

Cálculo mental 3.

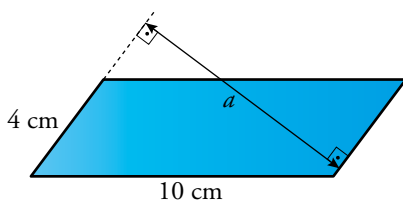
Halla el área y el perímetro de este paralelogramo:



$$A = 10 \cdot 3,2 = 32 \text{ cm}^2$$

$$P = 4 \cdot 2 + 10 \cdot 2 = 28 \text{ cm}$$

Y ahora que ya conoces el área, ¿sabrías calcular la otra altura? Es decir, la distancia entre los otros dos lados.



Como el área es 32 cm^2 , podemos decir que

$$32 = 4 \cdot a \quad a = \frac{32}{4} = 8 \text{ cm.}$$

1. Calcula el perímetro y el área de un salón rectangular de dimensiones 6,4 m y 3,5 m.

$$\text{Perímetro} = 2 \cdot 6,4 + 2 \cdot 3,5 = 19,8 \text{ m}$$

$$\text{Área} = 6,4 \cdot 3,5 = 22,4 \text{ m}^2$$

2. Mide las dimensiones de una página de este libro. ¿Cuántos metros cuadrados de papel se necesitan para hacer el libro completo, sin contar las tapas?

El libro mide 22,5 cm de ancho por 29 cm de alto. Además, sin contar las tapas, el libro tiene 288 páginas. Como se imprime por las dos caras del papel, en realidad tenemos 144 hojas. Así:

$$\text{Área de una hoja} = 22,5 \cdot 29 = 652,5 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área total} = 652,5 \cdot 144 = 93\,960 \text{ cm}^2 = 9,396 \text{ m}^2$$

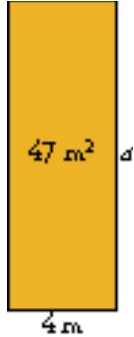
Se necesitan $9,396 \text{ m}^2$ de papel.

3. ¿Cuánto mide el lado de un cuadrado de 225 cm^2 de área?

$$225 = l^2 \quad l = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$$

El lado del cuadrado mide 15 cm.

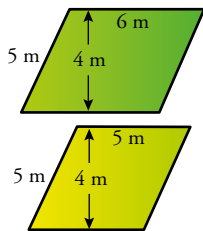
4. Halla la altura de un rectángulo de 47 m^2 de superficie y 4 m de base.



$$47 = a \cdot 4 \quad a = \frac{47}{4} = 11,75 \text{ m}$$

La altura mide 11,75 m.

5. Halla el área y el perímetro de estos dos paralelogramos. Observa que, aunque el segundo es un rombo, su área se puede calcular como la de un paralelogramo cualquiera.



Romboide: $\text{Área} = 6 \cdot 4 = 24 \text{ m}^2$

$$\text{Perímetro} = 2 \cdot 6 + 2 \cdot 5 = 22 \text{ m}$$

Rombo: $\text{Área} = 5 \cdot 4 = 20 \text{ m}^2$

$$\text{Perímetro} = 5 \cdot 4 = 20 \text{ m}$$

Cálculo mental 1.

- Las diagonales de un rombo miden 6 cm y 10 cm. ¿Cuál es su área?

$$\text{Área} = \frac{6 \cdot 10}{2} = 30 \text{ cm}^2. \text{ El área del rombo es } 30 \text{ cm}^2.$$

- La diagonal de un cuadrado mide 4 dm. ¿Cuál es su área?

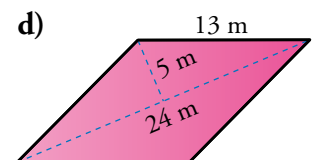
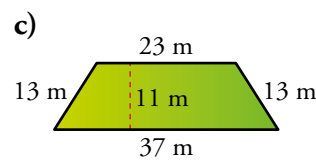
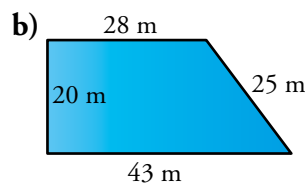
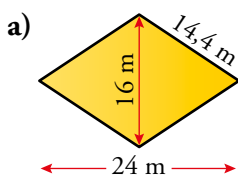
$$\text{Área} = \frac{4 \cdot 4}{2} = 8 \text{ dm}^2. \text{ El área del cuadrado es } 8 \text{ dm}^2.$$

Cálculo mental 2.

Las bases de un trapecio miden 13 cm y 7 cm. Su altura, 10 cm. ¿Cuál es su área?

$$\text{Área} = \frac{(13 + 7) \cdot 10}{2} = 100 \text{ cm}^2. \text{ El área del trapecio es } 100 \text{ cm}^2.$$

6. Halla el área y el perímetro de las siguientes figuras:



a) $\text{Área} = \frac{24 \cdot 16}{2} = 192 \text{ m}^2$

Perímetro = $4 \cdot 14,4 = 57,6 \text{ m}$

b) $\text{Área} = \frac{(28 + 43) \cdot 20}{2} = 710 \text{ m}^2$

Perímetro = $28 + 20 + 43 + 25 = 116 \text{ m}$

c) $\text{Área} = \frac{(23 + 37) \cdot 11}{2} = 330 \text{ m}^2$

Perímetro = $2 \cdot 13 + 23 + 37 = 86 \text{ m}$

d) $\text{Área} = 24 \cdot 5 = 120 \text{ m}^2$

Perímetro = $4 \cdot 13 = 52 \text{ m}$

7. Una parcela cuadrangular tiene dos lados paralelos de longitudes 37,5 m y 62,4 m. La distancia entre esos lados paralelos es 45 m.

¿Cuál es la superficie de la parcela?

$$\text{Área} = \frac{(37,5 + 62,4) \cdot 45}{2} = 2247,75 \text{ m}^2$$

El área de la parcela es 2247,75 m².

8. Las diagonales de un rombo miden 37 cm y 52 cm.

Halla su área.

$$\text{Área} = \frac{37 \cdot 52}{2} = 962 \text{ cm}^2$$

El área del rombo es 962 cm².

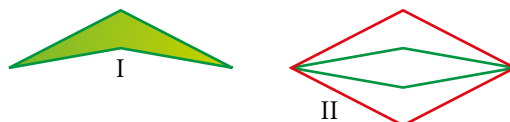
9. La diagonal de un cuadrado mide 15 cm.

Halla su área. (Recuerda, el cuadrado es, también, rombo).

$$\text{Área} = \frac{15 \cdot 15}{2} = 112,5 \text{ cm}^2$$

El área del cuadrado es $112,5 \text{ cm}^2$.

10. ¿Verdadero o falso?



El área del *ala-delta* de la figura I se puede hallar calculando el área del rombo rojo (figura II), restándole el área del rombo verde y dividiendo la diferencia por 2.

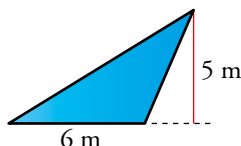
Verdadero.

2 Medidas en los triángulos

Página 240

Cálculo mental.

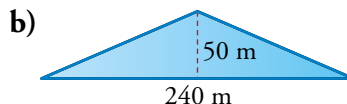
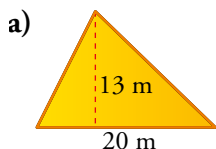
Halla el área de este triángulo:



$$\text{Área} = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15 \text{ m}^2$$

El área del triángulo es 15 m².

1. Halla el área de estos triángulos:



a) $\text{Área} = \frac{20 \cdot 13}{2} = 130 \text{ m}^2$

b) $\text{Área} = \frac{240 \cdot 50}{2} = 6000 \text{ m}^2$

2. De un triángulo rectángulo, conocemos los tres lados: $c = 18 \text{ cm}$, $c' = 24 \text{ cm}$ y $h = 30 \text{ cm}$.

a) Calcula su área.

b) ¿Cuánto mide la altura sobre la hipotenusa?

a) $\text{Área} = \frac{18 \cdot 24}{2} = 216 \text{ cm}^2$

b) $\text{Área} = \frac{h \cdot \text{altura}}{2} \quad 216 = \frac{30 \cdot \text{altura}}{2} \quad \text{altura} = 14,4 \text{ cm}$

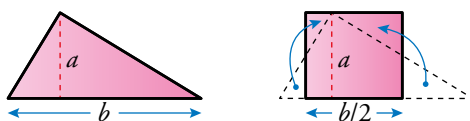
3. Halla el área de un triángulo equilátero de 40 m de lado y 34,64 m de altura.

$$\text{Área} = \frac{40 \cdot 34,64}{2} = 692,8 \text{ m}^2$$

El área del triángulo es 692,8 m².

4. ¿Verdadero o falso?

En las siguientes figuras, se ve que el área de un triángulo es igual al área de un rectángulo con su misma altura y la mitad de su base.



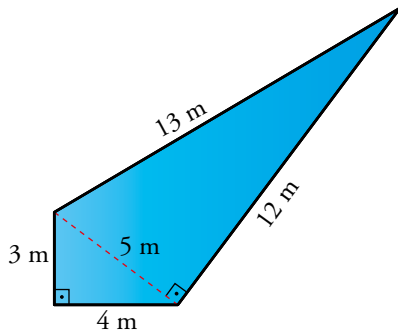
Verdadero.

3 Medidas en los polígonos

Página 241

Cálculo mental.

Halla el área y el perímetro de este cuadrilátero irregular. Observa que se puede descomponer en dos triángulos rectángulos.



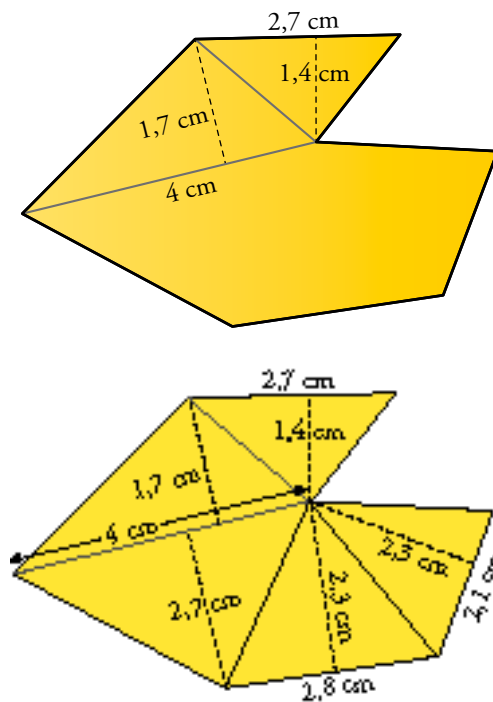
$$\text{Área triángulo pequeño} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6 \text{ m}^2$$

$$\text{Área triángulo grande} = \frac{12 \cdot 5}{2} = 30 \text{ m}^2$$

$$\text{Área cuadrilátero} = 6 + 30 = 36 \text{ m}^2$$

$$\text{Perímetro cuadrilátero} = 4 + 12 + 13 + 3 = 32 \text{ m}$$

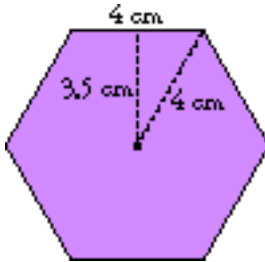
1. Calca este polígono en tu cuaderno, continúa descomponiéndolo en triángulos y toma en ellos las medidas necesarias para calcular sus áreas. Halla, así, el área total.



$$A = \frac{2,7 \cdot 1,4}{2} + \frac{4 \cdot 1,7}{2} + \frac{4 \cdot 2,7}{2} + \frac{2,8 \cdot 2,3}{2} + \frac{2,1 \cdot 2,3}{2} = 16,325 \text{ cm}^2$$

2. En el hexágono regular, la longitud del lado es igual a la longitud del radio de la circunferencia circunscrita.

Dibuja un hexágono regular cuyo lado tenga una longitud $l = 4$ cm. Mide su apotema y comprueba que es de, aproximadamente, 3,5 cm. Calcula su área.

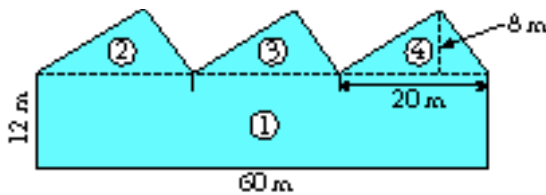
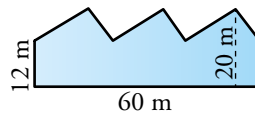


$$\text{Área} = \frac{6 \cdot 4 \cdot 3,5}{2} = 42 \text{ cm}^2$$

3. El lado de un octógono regular mide 15 cm, y su apotema 18,9 cm. Halla su área.

$$\text{Área} = \frac{8 \cdot 15 \cdot 18,9}{2} = 1134 \text{ cm}^2$$

4. Calcula el área de la siguiente figura:



$$\text{Área } \textcircled{1} = 60 \cdot 12 = 720 \text{ m}^2$$

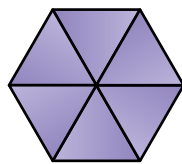
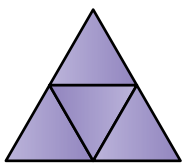
$$\text{Área } \textcircled{2} = \text{Área } \textcircled{3} = \text{Área } \textcircled{4} = \frac{20 \cdot 8}{2} = 80 \text{ m}^2$$

$$\text{Área figura} = 720 + 3 \cdot 80 = 960 \text{ m}^2$$

5. ¿Verdadero o falso?

a) En los polígonos irregulares, no se puede calcular el área. Si acaso, aproximadamente.

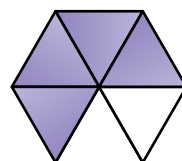
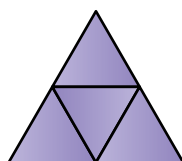
b)



Con estas dos figuras se ve que si un triángulo equilátero y un hexágono regular tienen el mismo perímetro, entonces el área del triángulo es $3/4$ de la del hexágono.

a) Falso. El área de un polígono irregular se puede calcular descomponiendo el polígono en triángulos y calculando el área de cada uno.

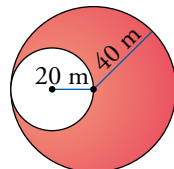
b) Falso. El área del triángulo es $4/6 = 2/3$ de la del hexágono.



4 Medidas en el círculo

Página 242

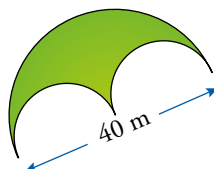
1. Halla la superficie y el perímetro del recinto coloreado.



$$\text{Área} = \pi \cdot 40^2 - \pi \cdot 20^2 = 1200\pi \approx 3769,9 \text{ m}^2$$

$$\text{Perímetro} = 2\pi \cdot 40 + 2\pi \cdot 20 = 120\pi \approx 376,99 \text{ m}$$

2. Calcula el perímetro y el área de esta figura:



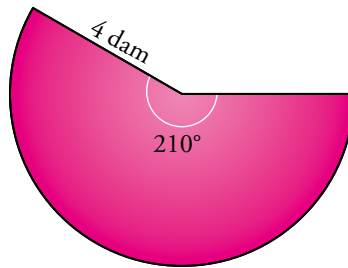
$$\text{Área} = \frac{\pi \cdot 20^2}{2} - \pi \cdot 10^2 = 100\pi \approx 314,16 \text{ m}^2$$

$$\text{Perímetro} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 20}{2} + 2\pi \cdot 10 = 40\pi \approx 125,66 \text{ m}$$

3. ¿Verdadero o falso?

- a) El valor de π es tanto mayor cuanto más grande sea la circunferencia sobre la que actúa.
 b) Cuando tomamos para π el valor 3,14, lo estamos haciendo de forma aproximada.
 a) Falso. El número pi siempre es el mismo número.
 b) Verdadero.

4. Halla el área y el perímetro de esta figura:



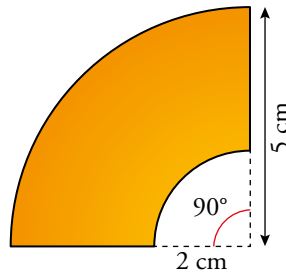
$$\text{Área} = \frac{\pi \cdot 4^2}{360} \cdot 210 = 9,3\pi \approx 29,32 \text{ dam}^2$$

$$\text{Perímetro} = \frac{2\pi \cdot 4}{360} \cdot 210 + 4 + 4 \approx 22,66 \text{ dam}$$

5. Halla la longitud de un arco de circunferencia de 10 cm de radio y 40° de amplitud.

$$\text{Longitud del arco} = \frac{2\pi \cdot 10}{360} \cdot 40 \approx 6,98 \text{ cm}$$

6. Calcula el área y el perímetro de esta figura:



$$\text{Área} = \frac{\pi \cdot 5^2}{360} \cdot 90 - \frac{\pi \cdot 2^2}{360} \cdot 90 \approx 16,49 \text{ cm}^2$$

$$\text{Perímetro} = \frac{2\pi \cdot 5}{360} \cdot 90 + \frac{2\pi \cdot 2}{360} \cdot 90 + 3 + 3 \approx 17 \text{ cm}$$

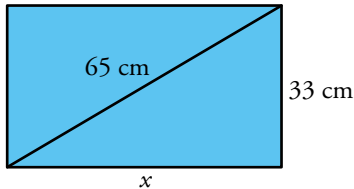
7. Calcula el área de un sector circular de 20 cm de radio y 30° de amplitud.

$$\text{Área} = \frac{\pi \cdot 20^2}{360} \cdot 30 \approx 104,72 \text{ cm}^2$$

5 El teorema de Pitágoras para el cálculo de áreas

Página 244

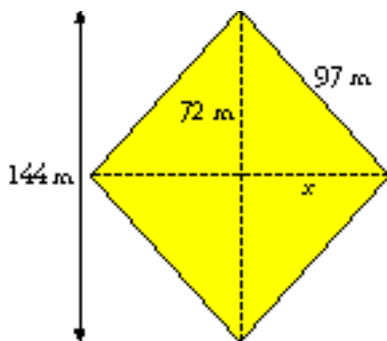
1. La diagonal de un rectángulo mide 65 cm, y uno de sus lados, 33 cm. Halla su área.



$$x = \sqrt{65^2 - 33^2} = \sqrt{3136} = 56 \text{ cm}$$

$$\text{Área} = 33 \cdot 56 = 1848 \text{ cm}^2$$

2. El lado de un rombo mide 97 m, y una de sus diagonales, 144 m. Halla su área.



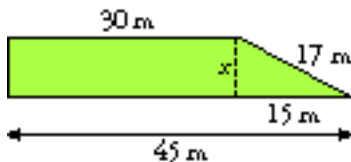
$$x = \sqrt{97^2 - 72^2} = \sqrt{4225} = 65 \text{ m}$$

La otra diagonal del rombo mide:

$$2 \cdot 65 = 130 \text{ m}$$

$$\text{Área} = \frac{144 \cdot 130}{2} = 9360 \text{ m}^2$$

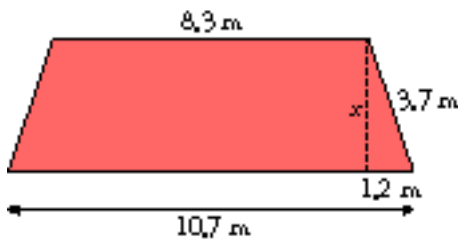
3. En un trapecio rectángulo, las bases miden 45 m y 30 m, y el lado oblicuo, 17 m. Halla su área.



$$x = \sqrt{17^2 - 15^2} = \sqrt{64} = 8 \text{ m}$$

$$\text{Área} = \frac{45 + 30}{2} \cdot 8 = 300 \text{ m}^2$$

4. Halla el área de un trapecio isósceles cuyas bases miden 8,3 m y 10,7 m, y el otro lado, 3,7 m.

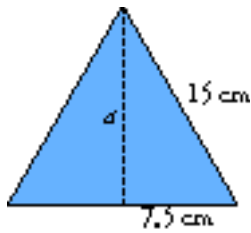


$$x = \sqrt{3,7^2 - 1,2^2} = \sqrt{12,25} = 3,5 \text{ m}$$

$$\text{Área} = \frac{8,3 + 10,7}{2} \cdot 3,5 = 33,25 \text{ m}^2$$

Página 245

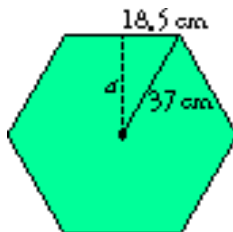
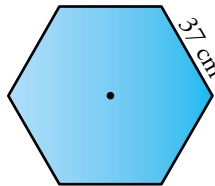
5. Halla el área de un triángulo equilátero de lado 15 cm.



$$a = \sqrt{15^2 - 7,5^2} = \sqrt{168,75} \approx 13 \text{ cm}$$

$$\text{Área} = \frac{15 \cdot 13}{2} = 97,5 \text{ cm}^2$$

6. Halla el área de un hexágono regular de 37 cm de lado.



$$a = \sqrt{37^2 - 18,5^2} = \sqrt{1026,75} \approx 32,04 \text{ cm}$$

$$\text{Área} = \frac{6 \cdot 37 \cdot 32,04}{2} = 3556,44 \text{ cm}^2$$

7. Halla el área de un pentágono regular de radio 21 cm, y apotema, 17 cm.

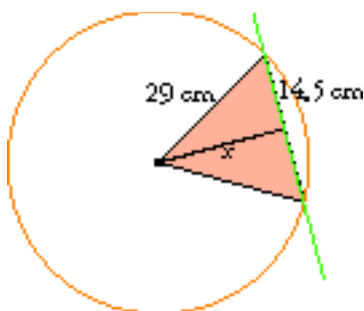


$$x = \text{Mitad del lado} \quad x = \sqrt{21^2 - 17^2} = \sqrt{152} \approx 12,33 \text{ cm}$$

$$l = 2 \cdot 12,33 = 24,66 \text{ cm}$$

$$\text{Área} = \frac{5 \cdot 24,66 \cdot 17}{2} = 1048,05 \text{ cm}^2$$

8. En una circunferencia de radio 29 cm trazamos una cuerda de 29 cm. Halla el área del triángulo con base en esta cuerda y vértice opuesto en el centro de la circunferencia.



$$x = \sqrt{29^2 - 14,5^2} = \sqrt{630,75} \approx 25,11 \text{ cm}$$

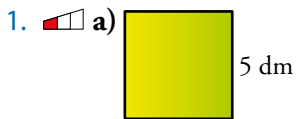
$$\text{Área triángulo} = \frac{29 \cdot 25,11}{2} \approx 364,1 \text{ cm}^2$$

Ejercicios y problemas

Página 246

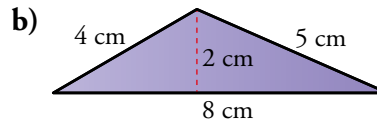
Áreas y perímetros de figuras sencillas

Halla el área y el perímetro de cada una de las figuras coloreadas en los siguientes ejercicios:



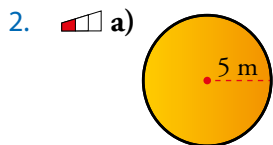
a) $A = 5^2 = 25 \text{ dm}^2$

$P = 5 \cdot 4 = 20 \text{ dm}$



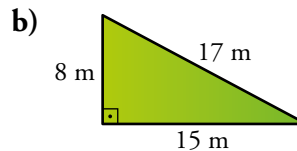
b) $A = \frac{8 \cdot 2}{2} = 8 \text{ cm}^2$

$P = 8 + 5 + 4 = 17 \text{ cm}$



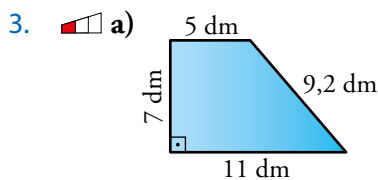
a) $A = \pi \cdot 5^2 \approx 78,5 \text{ dm}^2$

$P = 2\pi \cdot 5 \approx 31,4 \text{ dm}$



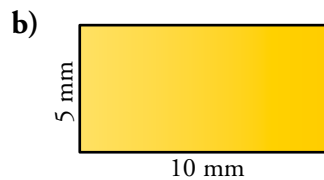
b) $A = \frac{15 \cdot 8}{2} = 60 \text{ m}^2$

$P = 15 + 8 + 17 = 40 \text{ m}$



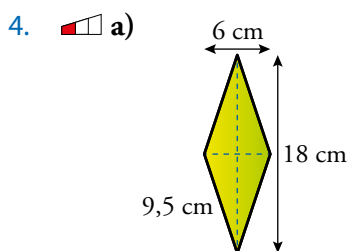
a) $A = \frac{11 + 5}{2} \cdot 7 = 56 \text{ dm}^2$

$P = 11 + 9,2 + 5 + 7 = 32,2 \text{ dm}$



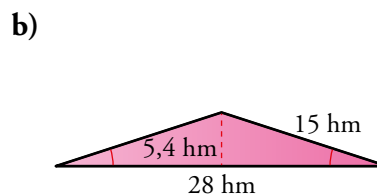
b) $A = 10 \cdot 5 = 50 \text{ mm}^2$

$P = 2 \cdot 10 + 2 \cdot 5 = 30 \text{ mm}$



a) $A = \frac{18 \cdot 6}{2} = 54 \text{ cm}^2$

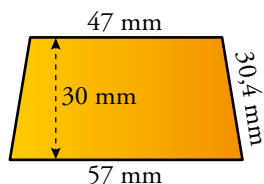
$P = 9,5 \cdot 4 = 38 \text{ cm}$



b) $A = \frac{28 \cdot 5,4}{2} = 75,6 \text{ hm}^2$

$P = 28 + 15 \cdot 2 = 58 \text{ hm}$

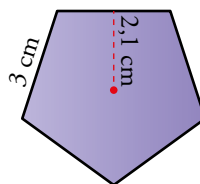
5.  a)



$$a) A = \frac{47 + 57}{2} \cdot 30 = 1560 \text{ mm}^2$$

$$P = 57 + 47 + 2 \cdot 30,4 = 164,8 \text{ mm}$$

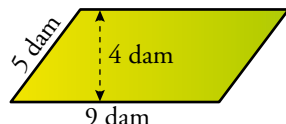
b)



$$b) A = \frac{5 \cdot 3 \cdot 2,1}{2} = 15,75 \text{ cm}^2$$

$$P = 5 \cdot 3 = 15 \text{ cm}$$

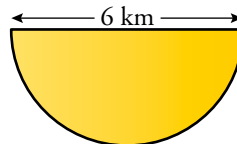
6.  a)



$$a) A = 9 \cdot 4 = 36 \text{ dam}^2$$

$$P = 2 \cdot 9 + 2 \cdot 5 = 28 \text{ dam}$$

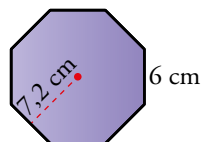
b)



$$b) A = \frac{\pi \cdot 3^2}{2} \approx 14,13 \text{ km}^2$$

$$P = \frac{2\pi \cdot 3}{2} + 6 \approx 15,42 \text{ km}$$

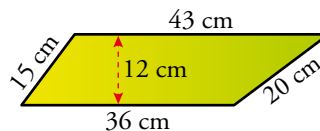
7.  a)



$$a) A = \frac{8 \cdot 6 \cdot 7,2}{2} = 172,8 \text{ cm}^2$$


$$P = 8 \cdot 6 = 48 \text{ cm}$$

b)



$$b) A = \frac{43 + 36}{2} \cdot 12 = 474 \text{ cm}^2$$

$$P = 36 + 20 + 43 + 15 = 114 \text{ cm}$$

8.  Averigua cuánto mide la altura de un rectángulo de 40 m^2 de superficie y 5 m de base.




$$a = \frac{40}{5} = 8 \text{ m}$$

La altura del rectángulo mide 8 m.

9.  Halla el área de un trapecio cuyas bases miden 12 cm y 20 cm, y su altura, 10 cm.

$$A = \frac{12 + 20}{2} \cdot 10 = 160 \text{ cm}^2$$

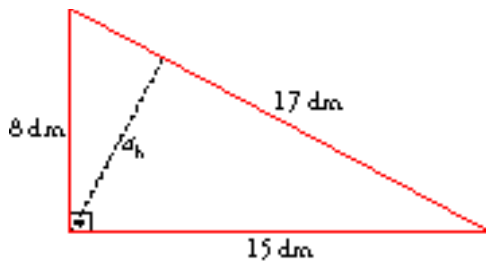
El área del trapecio es 160 cm^2 .

10.  Las bases de un trapecio isósceles miden 26 cm y 14 cm; la altura, 8 cm, y otro de sus lados, 10 cm. Calcula el perímetro y el área de la figura.

$$A = \frac{26 + 14}{2} \cdot 8 = 160 \text{ cm}^2$$

$$P = 26 + 14 + 2 \cdot 10 = 60 \text{ cm}$$

11.  Los lados de un triángulo rectángulo miden 15 dm, 8 dm y 17 dm. Calcula su área y la altura sobre la hipotenusa.



$$A = \frac{15 \cdot 8}{2} = 60 \text{ dm}^2$$

$$60 = \frac{17 \cdot a_h}{2} \quad a_h = \frac{120}{17} \approx 7,06 \text{ dm}$$

12.  Calcula el área y el perímetro de un hexágono regular de 6 mm de lado y 5,2 mm de apotema.

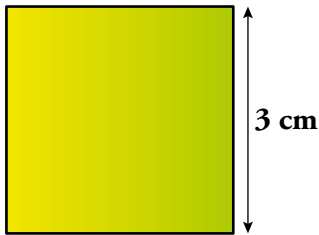
$$A = \frac{6 \cdot 6 \cdot 5,2}{2} = 93,6 \text{ mm}^2$$

$$P = 6 \cdot 6 = 36 \text{ mm}$$

Medir y calcular áreas y perímetros

En cada una de las siguientes figuras coloreadas, halla su área y su perímetro. Para ello, tendrás que medir algún elemento (lado, diagonal, radio...):

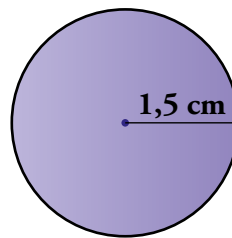
13.  a)



a) $A = 9 \text{ cm}^2$

$P = 12 \text{ cm}$

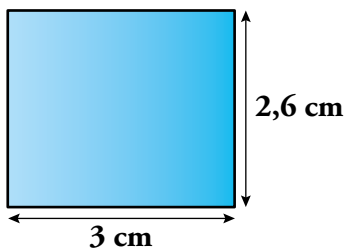
- b)



b) $A = 7,07 \text{ cm}^2$

$P = 9,42 \text{ cm}$

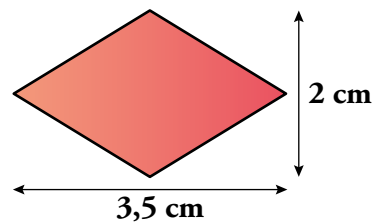
14.  a)



a) $A = 7,8 \text{ cm}^2$

$P = 11,2 \text{ cm}$

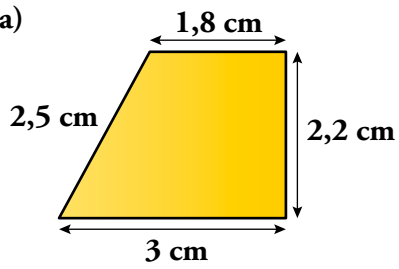
- b)



b) $A = 3,5 \text{ cm}^2$

$P = 8 \text{ cm}$

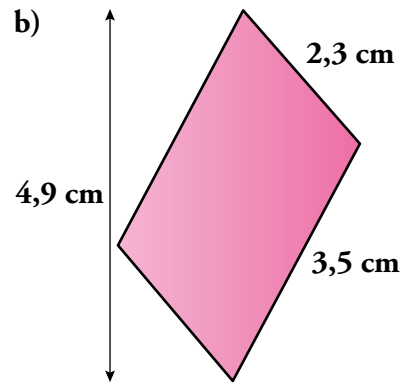
15. a)



a) $A = 5,28 \text{ cm}^2$

$P = 9,5 \text{ cm}$

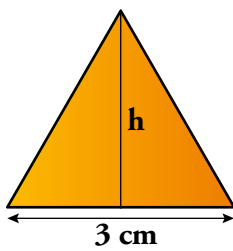
b)



b) $A = 7,7 \text{ cm}^2$

$P = 11,6 \text{ cm}$

c)



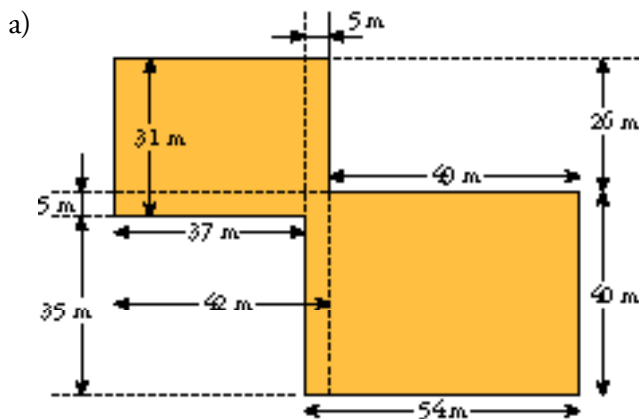
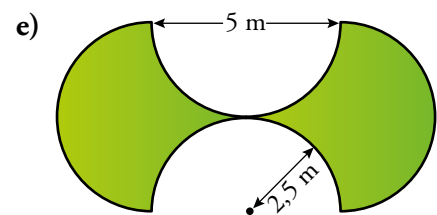
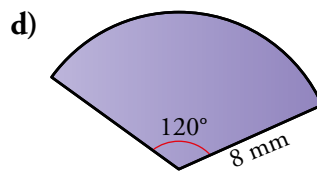
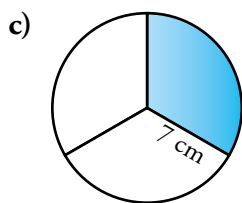
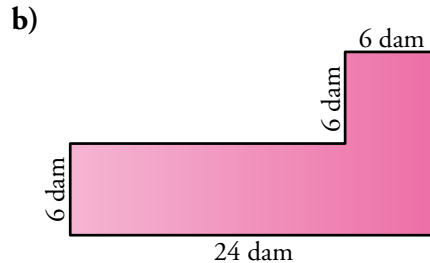
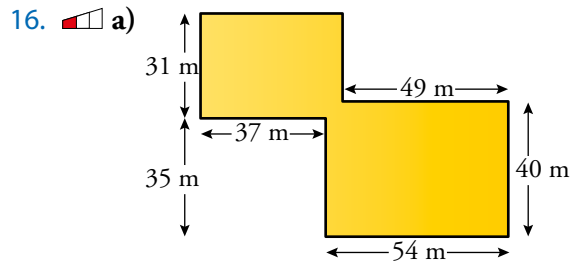
c) $h = \sqrt{3^2 - 1,5^2} \approx 2,6 \text{ cm}$

$A = \frac{3 \cdot 2,6}{2} = 3,9 \text{ cm}^2$

$P = 3 \cdot 3 = 9 \text{ cm}$

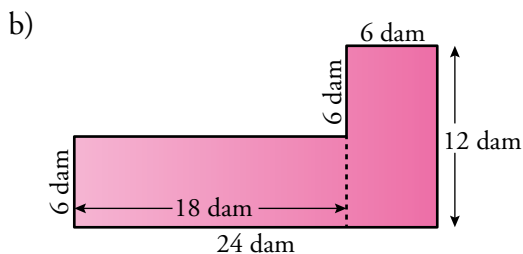
Áreas y perímetros menos sencillos

Halla el perímetro y el área de las figuras coloreadas en los siguientes ejercicios:



$$A = 42 \cdot 31 + 54 \cdot 40 - 5^2 = 3437 \text{ m}^2$$

$$P = 54 + 40 + 49 + 26 + 42 + 31 + 37 + 35 = 314 \text{ m}$$



$$A = 6 \cdot 18 + 6 \cdot 12 = 180 \text{ dam}^2$$

$$P = 18 + 6 + 24 + 12 + 6 + 6 = 72 \text{ dam}$$

c)
$$A = \frac{\pi \cdot 7^2}{2} \approx 51,29 \text{ cm}^2$$

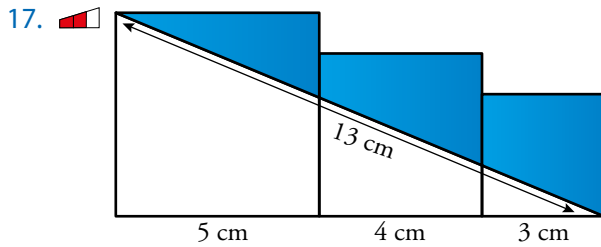
$$P = \frac{2\pi \cdot 7}{3} + 2 \cdot 7 \approx 28,65 \text{ cm}$$

$$d) A = \frac{\pi \cdot 8^2}{360} \cdot 120 \approx 66,97 \text{ mm}^2$$

$$P = \frac{2\pi \cdot 8}{360} \cdot 120 + 8 + 8 \approx 32,75 \text{ mm}$$

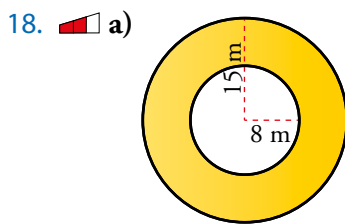
$$e) A = 5 \cdot 5 = 25 \text{ m}^2$$

$$P = 2 \cdot \pi \cdot 2,5 \cdot 2 \approx 31,4 \text{ m}$$



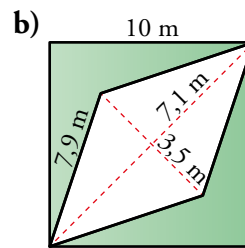
$$A = 5^2 + 4^2 + 3^2 - \frac{(5+4+3) \cdot 5}{2} = 20 \text{ cm}^2$$

$$P = 13 + 5 + 1 + 4 + 1 + 3 + 3 = 30 \text{ cm}$$



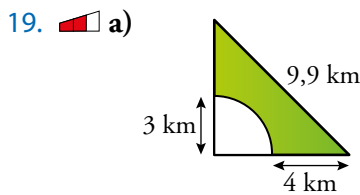
$$a) A = \pi \cdot 15^2 - \pi \cdot 8^2 \approx 505,54 \text{ m}^2$$

$$P = 2\pi \cdot 15 + 2\pi \cdot 8 \approx 144,44 \text{ m}$$



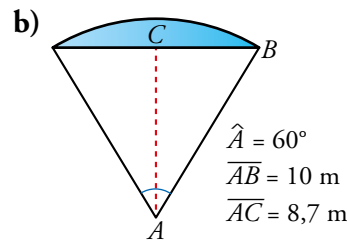
$$b) A = 10^2 - \frac{14,2 \cdot 7}{2} = 50,3 \text{ m}^2$$

$$P = 10 \cdot 4 + 7,9 \cdot 4 = 71,6 \text{ m}$$



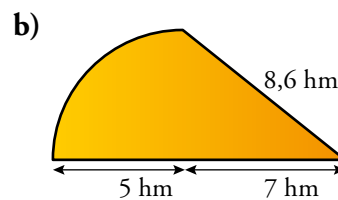
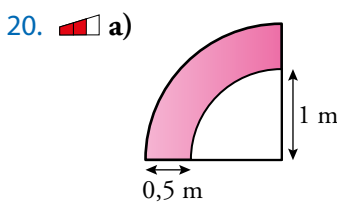
$$a) A = \frac{7 \cdot 7}{2} - \frac{\pi \cdot 3^2}{4} \approx 17,43 \text{ km}^2$$

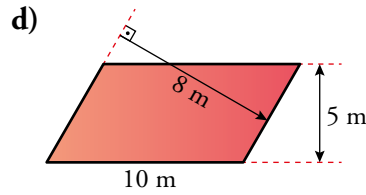
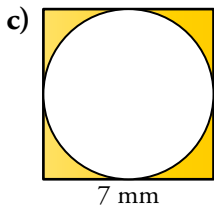
$$P = \frac{2 \cdot \pi \cdot 3}{4} + 4 + 4 + 9,9 \approx 22,61 \text{ km}$$



$$b) A = \frac{2 \cdot 8 \cdot 11}{2} \cdot 5 = 440 \text{ cm}^2$$

$$P = 2 \cdot 8 \cdot 5 = 80 \text{ cm}$$





$$a) A = \frac{\pi \cdot 1,5^2}{4} - \frac{\pi \cdot 1^2}{4} \approx 0,98 \text{ m}^2$$

$$P = \frac{2\pi \cdot 1,5}{4} + \frac{2\pi \cdot 1}{4} + 0,5 + 0,5 \approx 4,92 \text{ m}$$

$$b) A = \frac{7 \cdot 5}{2} + \frac{\pi \cdot 5^2}{4} \approx 37,12 \text{ hm}^2$$

$$P = \frac{2 \cdot \pi \cdot 5}{4} + 8,6 + 5 + 7 \approx 28,45 \text{ hm}$$

$$c) A = 7^2 - \pi \cdot 3,5^2 \approx 10,53 \text{ mm}^2$$

$$P = 7 \cdot 4 + 2\pi \cdot 3,5 \approx 49,98 \text{ mm}$$

$$d) A = 10 \cdot 5 = 50 \text{ m}^2$$

Para calcular el lado oblicuo utilizamos la otra altura del paralelogramo.

$$A = 50 \text{ m}^2 = b \cdot 8 \quad b = \frac{50}{8} = 6,25 \text{ m}$$

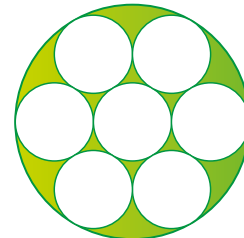
$$P = 2 \cdot 6,25 + 2 \cdot 10 = 32,5 \text{ m}$$

21. **Halla el área de la parte coloreada sabiendo que el diámetro de la circunferencia grande es de 6 cm.**

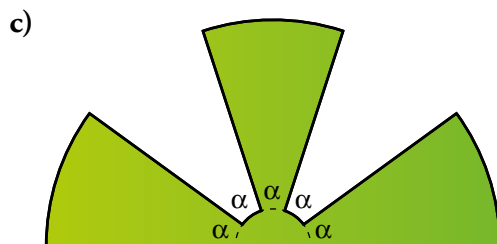
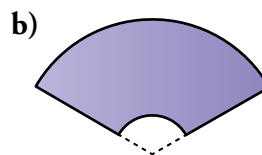
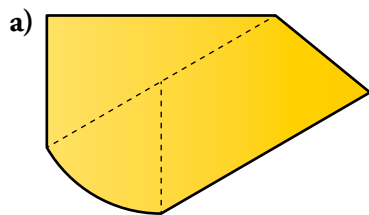
Radio circunferencia grande: $R = 3 \text{ cm}$

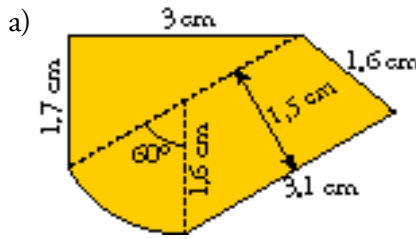
Radio circunferencias pequeñas: $r = 1 \text{ cm}$

$$A = \pi \cdot 3^2 - 7 \cdot \pi \cdot 1^2 = 2\pi \approx 6,28 \text{ cm}^2$$



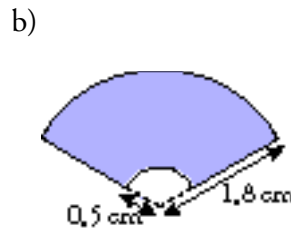
22. **Toma las medidas que necesites para calcular el área y el perímetro de cada figura:**





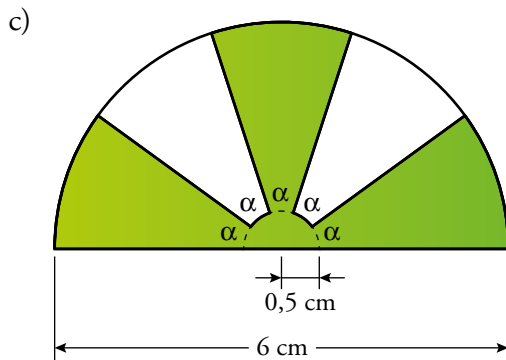
$$A = 7,8 \text{ cm}^2$$

$$P = 11,1 \text{ cm}$$



$$A = \frac{\pi \cdot 1,8^2 \cdot 120}{360} - \frac{\pi \cdot 0,5^2 \cdot 120}{360} = 3,13 \text{ cm}^2$$

$$P = \frac{2\pi \cdot 1,8 \cdot 120}{360} + \frac{2\pi \cdot 0,5 \cdot 120}{360} + 1,3 + 1,3 = 7,41 \text{ cm}$$



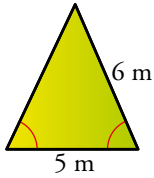
$$A = \pi \cdot 3^2 - 2 \cdot \frac{\pi \cdot 3^2 \cdot 36}{360} - \frac{\pi \cdot 0,5^2 \cdot 36}{360} = 22,77 \text{ cm}^2$$

$$P = 6 + 2,5 \cdot 4 + 3 \cdot \frac{2\pi \cdot 3 \cdot 36}{360} + 2 \cdot \frac{2\pi \cdot 0,5 \cdot 36}{360} = 22,28 \text{ cm}$$

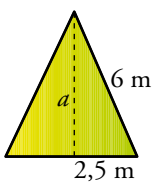
Áreas y perímetros utilizando el teorema de Pitágoras

En cada una de las siguientes figuras coloreadas, halla su área y su perímetro. Para ello, tendrás que calcular el valor de algún elemento (lado, diagonal, apotema, ángulo...). Si no es exacto, redondea a las décimas:

23. a)



a)

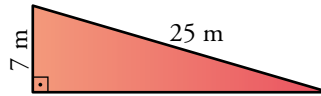


$$a = \sqrt{6^2 - 2,5^2} = \sqrt{29,75} = 5,5 \text{ m}$$

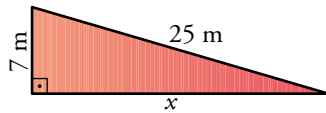
$$A = \frac{5 \cdot 5,5}{2} = 13,75 \text{ m}^2$$

$$P = 2 \cdot 6 + 5 = 17 \text{ m}$$

b)



b)

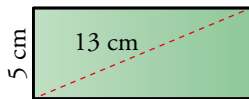


$$x = \sqrt{25^2 - 7^2} = \sqrt{576} = 24 \text{ m}$$

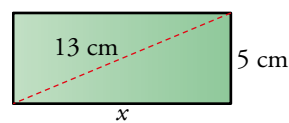
$$A = \frac{24 \cdot 7}{2} = 84 \text{ m}^2$$

$$P = 24 + 7 + 25 = 56 \text{ m}$$

24. a)



a)

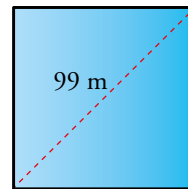


$$x = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$$

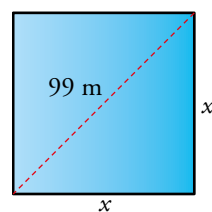
$$A = 12 \cdot 5 = 60 \text{ cm}^2$$

$$P = 12 \cdot 2 + 5 \cdot 2 = 34 \text{ cm}$$

b)



b)



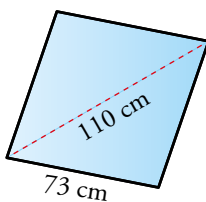
$$x^2 + x^2 = 99^2 \quad 2x^2 = 9801 \quad x^2 = 4900,5$$

$$x = \sqrt{4900,5} \approx 70 \text{ m}$$

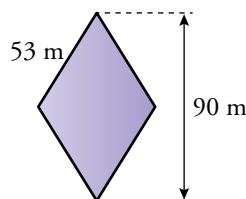
$$A = 70^2 = 4900 \text{ m}^2$$

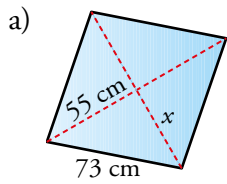
$$P = 70 \cdot 4 = 280 \text{ m}$$

25. a)



b)

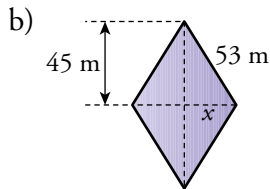




$$x = \sqrt{73^2 - 55^2} = \sqrt{2\,304} = 48 \text{ cm}$$

$$A = \frac{110 \cdot 48 \cdot 2}{2} = 5\,280 \text{ cm}^2$$

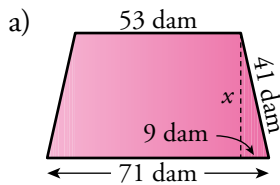
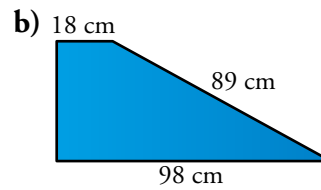
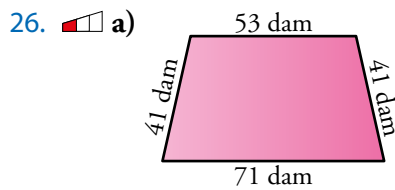
$$P = 4 \cdot 73 = 292 \text{ cm}$$



$$x = \sqrt{53^2 - 45^2} = \sqrt{784} = 28 \text{ m}$$

$$A = \frac{2 \cdot 28 \cdot 90}{2} = 2\,520 \text{ m}^2$$

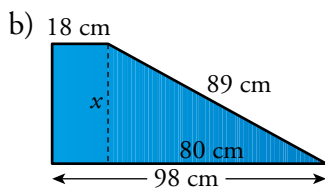
$$P = 53 \cdot 4 = 212 \text{ m}$$



$$x = \sqrt{41^2 - 9^2} = \sqrt{1\,600} = 40 \text{ dam}$$

$$A = \frac{53 + 71}{2} \cdot 40 = 2\,480 \text{ dam}^2$$

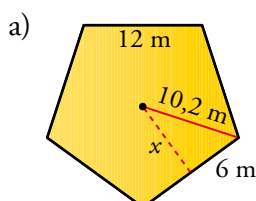
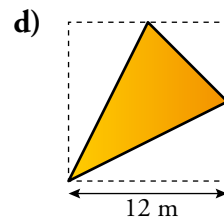
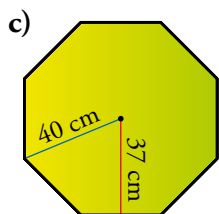
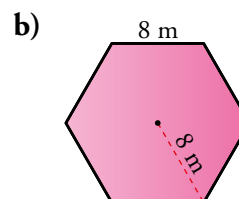
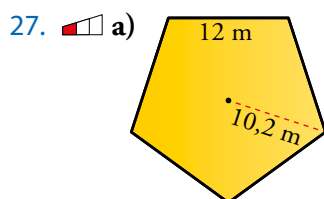
$$P = 71 + 41 \cdot 2 + 53 = 206 \text{ dam}$$



$$x = \sqrt{89^2 - 80^2} = \sqrt{1\,521} = 39 \text{ cm}$$

$$A = \frac{18 + 98}{2} \cdot 39 = 2\,262 \text{ cm}^2$$

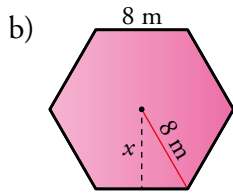
$$P = 98 + 89 + 18 + 39 = 244 \text{ cm}$$



$$x = \sqrt{10,2^2 - 6^2} = \sqrt{68,04} \approx 8,2 \text{ m}$$

$$A = \frac{12 \cdot 8,2}{2} \cdot 5 = 246 \text{ m}^2$$

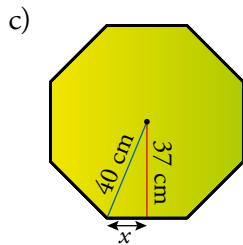
$$P = 12 \cdot 5 = 60 \text{ m}$$



$$x = \sqrt{8^2 - 4^2} = 6,9 \text{ m}$$

$$A = \frac{6 \cdot 8 \cdot 6,9}{2} = 165,6 \text{ m}^2$$

$$P = 6 \cdot 8 = 48 \text{ m}$$



$$x = \sqrt{40^2 - 37^2} = 15,2 \text{ cm}$$

$$l = 30,4 \text{ cm}$$

$$A = \frac{30,4 \cdot 8 \cdot 37}{2} = 4499,2 \text{ cm}^2$$

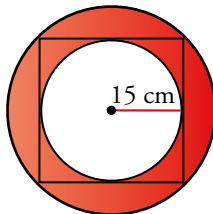
$$P = 30,4 \cdot 8 = 243,2 \text{ cm}$$

d)

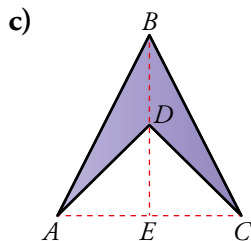
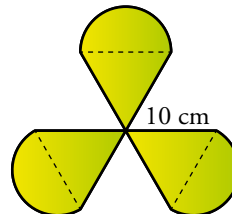
$$A = 12^2 - 2 \cdot \frac{12 \cdot 6}{2} + \frac{6 \cdot 6}{2} = 54 \text{ m}^2$$

$$P = 2 \cdot \sqrt{12^2 + 6^2} + \sqrt{6^2 + 6^2} = 35,3 \text{ m}$$

28. a)

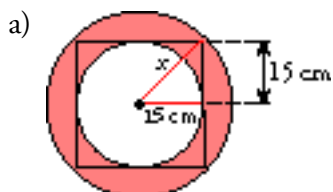
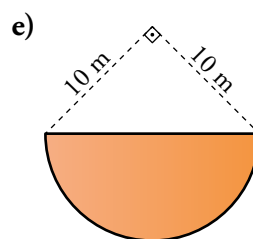
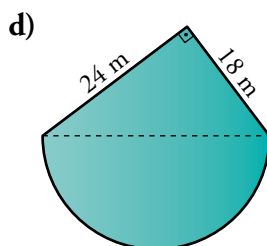


b)



$$\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC} = 8 \text{ cm}$$

$$\overline{BD} = \overline{DE} = \frac{1}{2} \overline{BE}$$



$$x = \sqrt{15^2 + 15^2} = \sqrt{450} \approx 21,2 \text{ cm}$$

$$A = \pi \cdot 21,2^2 - \pi \cdot 15^2 \approx 704,7 \text{ cm}^2$$

$$P = 2\pi \cdot 21,2 + 2\pi \cdot 15 \approx 227,3 \text{ cm}$$

b)

$$A = 3 \frac{\pi \cdot 5^2}{2} + \frac{10 \cdot \sqrt{10^2 - 5^2}}{2} = 247,7 \text{ cm}^2$$

$$P = 3 \cdot 10 + 10 + \frac{2\pi \cdot 5}{2} = 107,1 \text{ cm}$$

$$c) \overline{BE} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 6,9 \text{ cm}$$

$$A = \frac{8 \cdot 6,9}{2} - \frac{8 \cdot 3,45}{2} = 13,8 \text{ cm}^2$$

$$\overline{AD} = \sqrt{4^2 + 3,45^2} = 5,3 \text{ cm}$$

$$P = 2 \cdot 8 + 2 \cdot 5,3 = 26,6 \text{ cm}$$

$$d) \text{diámetro} = \sqrt{24^2 + 18^2} = 30 \text{ m}$$

$$A = \frac{\pi \cdot 15^2}{2} + \frac{24 \cdot 18}{2} = 569,3 \text{ m}^2$$

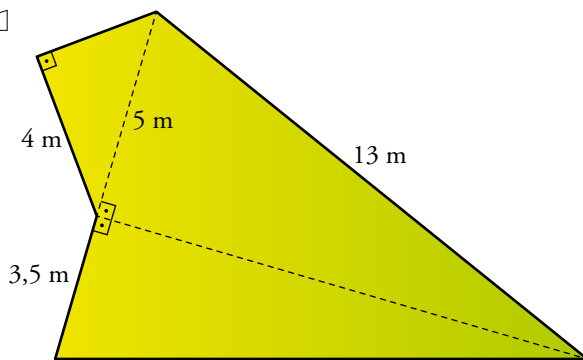
$$P = 24 + 18 + \frac{2\pi \cdot 15}{2} = 89,1 \text{ cm}$$

$$e) \text{radio} = \frac{\sqrt{10^2 + 10^2}}{2} = 7,1 \text{ m}$$

$$A = \frac{\pi \cdot 7,1^2}{2} = 79,1 \text{ m}^2$$


$$P = 14,2 + \frac{2\pi \cdot 7,1}{2} = 36,5 \text{ m}$$

29. 



$$A = \frac{5 \cdot \sqrt{13^2 - 5^2}}{2} + \frac{4 \cdot \sqrt{5^2 - 4^2}}{2} + \frac{3,5 \cdot \sqrt{13^2 - 5^2}}{2} = 57 \text{ m}^2$$


$$P = 4 + 3 + 13 + \sqrt{12^2 - 3,5^2} + 3,5 = 36 \text{ cm}$$

30.  Halla el área y el perímetro de un rombo cuyas diagonales menor y mayor miden, respectivamente, 10 cm y 24 cm.

$$A = \frac{10 \cdot 24}{2} = 120 \text{ cm}^2$$

$$l = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13 \text{ cm}$$

$$P = 4 \cdot 13 = 52 \text{ cm}$$

31.  Calcula el área de un rombo sabiendo que su perímetro mide 40 m, y su diagonal mayor, 16 m.

$$l = \frac{40}{4} = 10 \text{ m}$$


$$A = \frac{16 \cdot 2\sqrt{10^2 - 8^2}}{2} = \frac{16 \cdot 2 \cdot 6}{2} = 96 \text{ m}^2$$

32.  Halla el área y el perímetro de un trapecio rectángulo de bases 16 cm y 11 cm y lado inclinado de 13 cm.

$$\text{altura} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12 \text{ cm}$$

$$A = \frac{(16 + 11)}{2} \cdot 12 = 162 \text{ cm}^2$$


$$P = 11 + 13 + 16 + 12 = 52 \text{ cm}$$

33.  Halla el área y el perímetro de un trapecio isósceles cuyas bases miden 20 cm y 36 cm, y su altura, 15 cm.

$$A = \frac{(36 + 20)}{2} \cdot 15 = 420 \text{ cm}^2$$

$$P = 20 + 36 + 2 \cdot \sqrt{15^2 + 8^2} = 90 \text{ cm}$$


Resuelve problemas

34.  Un salón cuadrado tiene una superficie de 50 m^2 . Hemos de embaldosarlo con losetas cuadradas de 25 cm de lado (se llaman losetas de 25×25). ¿Cuántas losetas son necesarias?

$$A_{\text{LOSETA}} = 25 \cdot 25 = 625 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{SALÓN}} = 50 \text{ m}^2 = 500\,000 \text{ cm}^2$$


Para cubrir el salón se necesitan $\frac{500\,000}{625} = 800$ losetas.

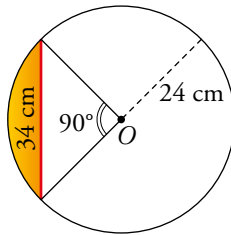
35.  Para cubrir un patio rectangular, se han usado 540 baldosas de 600 cm^2 cada una. ¿Cuántas baldosas cuadradas de 20 cm de lado serán necesarias para cubrir el patio, igual, del vecino?

El patio tiene un área de $540 \cdot 600 = 324\,000 \text{ cm}^2$.

La superficie de una baldosa de 20 cm de lado es $20 \cdot 20 = 400 \text{ cm}^2$.

Por tanto, se necesitan $\frac{324\,000}{400} = 810$ baldosas de 20 cm de lado para cubrir el patio.


36.  En una circunferencia de 24 cm de radio trazamos una cuerda de 34 cm . Halla el área del segmento circular sabiendo que el ángulo central correspondiente es de 90° .

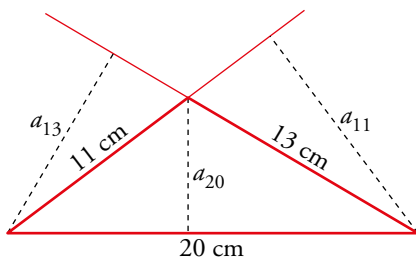


$$A_{\text{TRIÁNGULO}} = \frac{24 \cdot 24}{2} = 288 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{CÍRCULO}} = \pi \cdot 24^2 \approx 1\,808,64 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{SEGMENTO CIRCULAR}} = \frac{1}{4} A_{\text{CÍRCULO}} - A_{\text{TRIÁNGULO}} = \frac{1\,808,64}{4} - 288 = 161,16 \text{ cm}^2$$

37.  El área de un triángulo es de 66 cm^2 ; sus lados miden $a = 20 \text{ cm}$, $b = 11 \text{ cm}$ y $c = 13 \text{ cm}$. Calcula sus tres alturas y su perímetro.



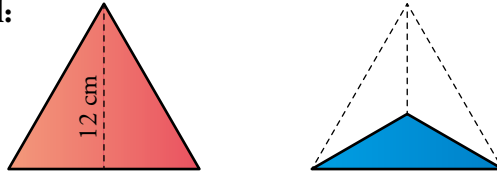
$$P = 20 + 11 + 13 = 44 \text{ cm}$$

$$66 = 20 \cdot a_{20} \quad a_{20} = \frac{66}{20} = 3,3 \text{ cm}$$

$$66 = 13 \cdot a_{13} \quad a_{13} = \frac{66}{13} \approx 5,08 \text{ cm}$$

$$66 = 11 \cdot a_{11} \quad a_{11} = \frac{66}{11} = 6 \text{ cm}$$

38.  Observa el triángulo equilátero rojo y el azul:

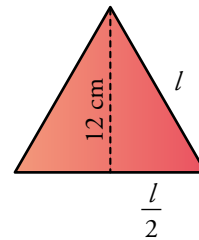


- a) ¿Cuál es la relación entre sus áreas?
 b) Basándote en la respuesta anterior, y teniendo en cuenta que tienen bases iguales, ¿cuál es la altura del triángulo azul?
 c) ¿Cuál es la distancia del centro del triángulo a cada vértice?

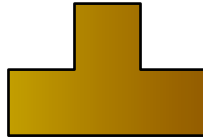
- a) El área del triángulo rojo es el triple que la del azul.
 b) Como las bases de los dos triángulos son iguales y el rojo tiene un área tres veces mayor que el azul, por la fórmula del área, la altura del triángulo azul es un tercio de la altura del rojo; luego la altura del triángulo azul es $12 : 3 = 4$ cm.
 c) Primero hallamos la medida del lado del triángulo equilátero:

$$l^2 = \frac{l^2}{4} + 144 \quad \frac{3l^2}{4} = 144 \quad l^2 = 192$$

$$l \approx 13,86 \quad \frac{l}{2} \approx 6,63 \text{ cm}$$



39.  La valla de esta parcela tiene una longitud de 450 m. ¿Cuál es el área de la parcela?




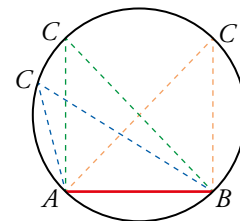
Si llamamos x al lado del cuadrado que está encima del rectángulo, el perímetro de la parcela es $10x$. Al igualarlo a la longitud de la parcela, obtenemos:

$$10x = 450 \text{ m} \quad x = 45 \text{ m}$$

Por tanto, el área de la figura es la misma que la de 4 cuadrados de lado 45 m:

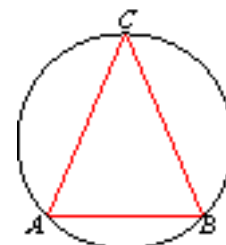
$$A = 4 \cdot 45^2 = 8100 \text{ m}^2$$

40.  A y B son puntos fijos. El punto C puede estar situado en cualquier lugar de la circunferencia.



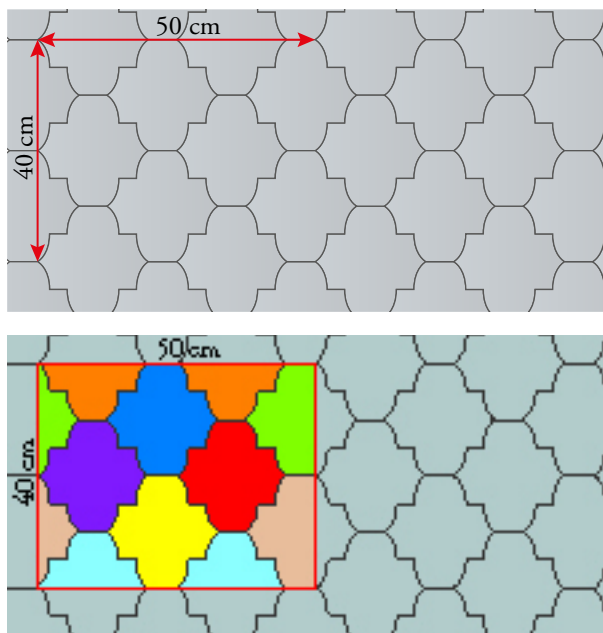
¿Dónde lo pondrás si quieres que el área del triángulo ABC sea la mayor posible?

Pondremos C en el punto más alto de la circunferencia para que el área sea lo mayor posible. Esto es porque con la misma base, cuanto mayor sea la altura, mayor será el área del triángulo.



Problemas “+”

41.  Halla la superficie de cada loseta de este embaldosado:



El área del rectángulo es $50 \cdot 40 = 2\,000 \text{ cm}^2$.

Como dentro del rectángulo hay 8 losetas completas, cada loseta tiene un área de:

$$A = \frac{2\,000}{8} = 250 \text{ cm}^2$$

42.  Nuria y Jorge entrenan en bicicleta. Nuria observa el cuentakilómetros y comenta:

— Vamos a dieciocho kilómetros por hora. ¿Cuántas vueltas dará mi rueda en un minuto?

Jorge responde:

— No lo sé, habría que medir el radio de la rueda, pero así, a ojo, échale unas 200 vueltas por minuto.

Nuria piensa que son demasiadas:

— ¡Halaaaa! No creo que lleguen ni a 150.

Sabiendo que el diámetro de la rueda es de 50 cm, ¿cuál de los dos ha hecho una estimación más acertada?


Transformamos 18 km/h en centímetros por minuto:

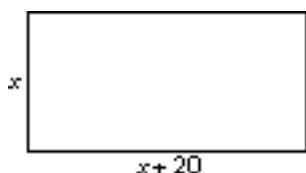
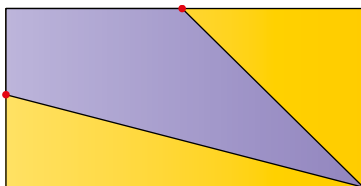
$$1\,800\,000 : 60 = 30\,000 \text{ cm/min}$$

Cada vuelta que da la rueda recorre 50π cm.

Por tanto, cada minuto la rueda dará $30\,000 : 50\pi \approx 191$ vueltas.

Es decir, Jorge, que decía 200 vueltas por minuto, ha hecho una mejor estimación.

43.  La base de este rectángulo mide 20 cm más que la altura. Su perímetro es de 100 cm. Calcula el área del cuadrilátero morado. (Los puntos rojos indican la mitad de los lados correspondientes).



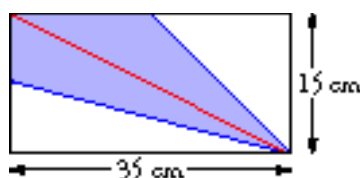
Lo primero es calcular las dimensiones:

$$P = 2 \cdot x + 2 \cdot (x + 20) = 2x + 2x + 40 = 4x + 40$$

Como $P = 100$ cm, entonces:


$$4x + 40 = 100 \quad x = 15 \text{ cm}$$

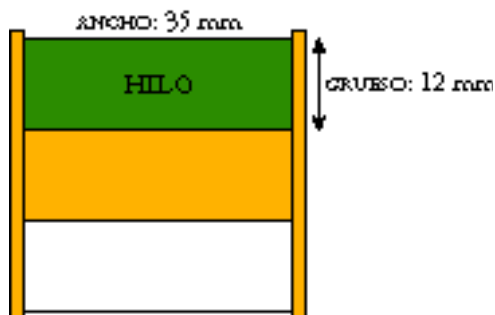
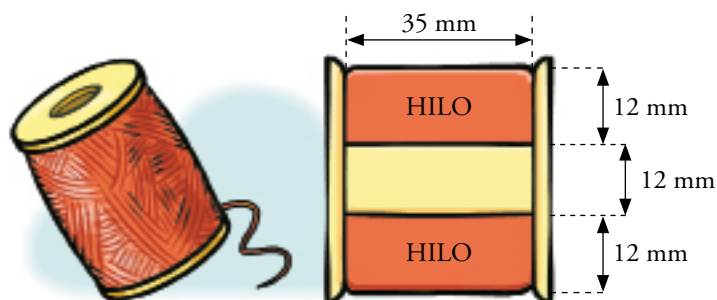
Así, el dibujo queda:



Como vemos, el área de la zona coloreada es la mitad del área del rectángulo. Por tanto:

$$A = \frac{35 \cdot 15}{2} = 262,5 \text{ cm}^2$$

44.  Con los datos que te ofrece el esquema, haz una estimación de la longitud del hilo enrollado en el carrete. (Diámetro del hilo: $\frac{1}{3}$ de mm).

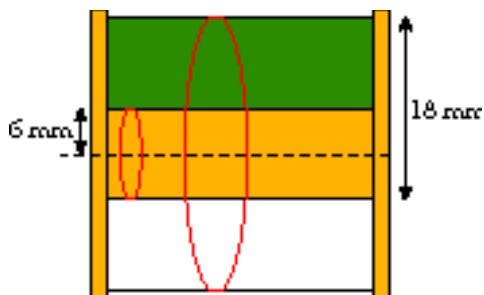


Como el diámetro del hilo es $\frac{1}{3}$ de mm, en cada milímetro hay 3 hilos.

A lo ancho hay, pues, $3 \cdot 35 = 105$ hilos.

A lo grueso hay $3 \cdot 12 = 36$ hilos.

Supongamos que los hilos forman circunferencias (no es así, pero se aproxima mucho). ¿De qué radios son esas circunferencias? Las más pequeñas tienen un radio de 6 mm. Las mayores, de 18 mm.



El promedio es $\frac{6+18}{2} = 12$ mm.

Supondremos que *todas* las circunferencias tienen el radio promedio. Su longitud es:

$$2 \cdot \pi \cdot 12 \approx 75,4 \text{ mm}$$


¿Cuántas circunferencias de hilo hay?

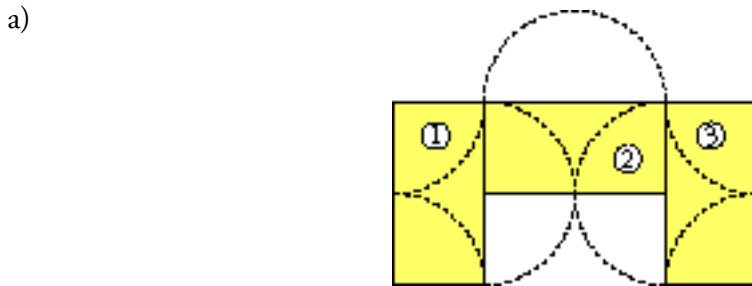
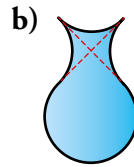
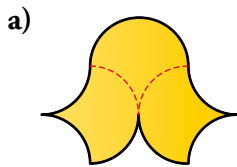
105 a lo ancho \times 36 a lo grueso = 3780 circunferencias.

Longitud total = 3780 circunf. \times longitud de la circunferencia promedio = 285 012 mm

Por tanto, estimamos que la longitud total del hilo del carrete es 285 000 mm, es decir, 285 m.

Interpreta, dibuja, justifica

45.  Todos los arcos con los que se han trazado estas figuras son iguales, pertenecen a circunferencias de 6 cm de radio. Halla el área de cada una.



Las figuras (rectángulos) ①, ② y ③ son iguales y miden 12 cm × 6 cm, es decir:

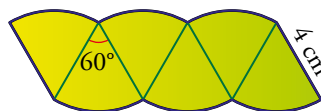
$$A_{①} = A_{②} = A_{③} = 72 \text{ cm}^2 \quad A_{\text{TOTAL}} = 3 \cdot 72 = 216 \text{ cm}^2$$



El área pedida es la del cuadrado, que resulta ser de 12 cm de lado.


Así, $A = 12^2 = 144 \text{ cm}^2$.

46.  Halla el área y el perímetro de toda la figura.

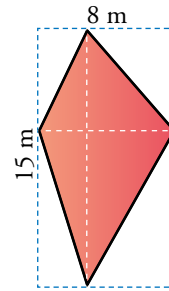


Cada sector, al ser de 60° , es una sexta parte de un círculo. Como hay 6 sectores, resulta que tenemos el círculo entero.

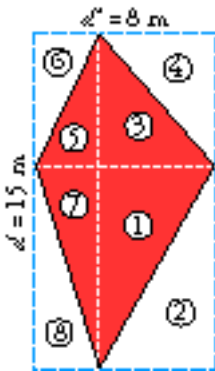
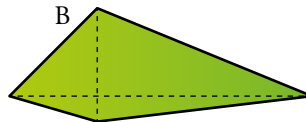
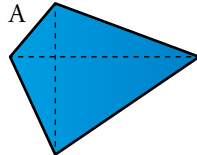
Por tanto, $A = \pi \cdot 4^2 = 50,3 \text{ cm}^2$

47.  La figura roja no es un rombo, pero tiene las diagonales perpendiculares. Justifica que también puedes calcular el área mediante la fórmula:

$$\frac{d \cdot d'}{2}$$



Calcula, ahora tú, el área de estos dos cuadriláteros tomando medidas.

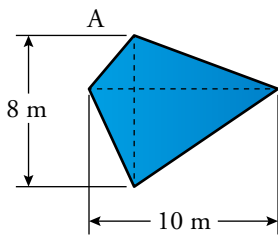


$$A_{\text{RECTÁNGULO}} = d \cdot d' = 8 \cdot 15 = 120 \text{ m}^2$$

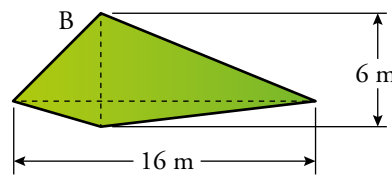
Como vemos, $A_{\textcircled{1}} = A_{\textcircled{2}}$; $A_{\textcircled{3}} = A_{\textcircled{4}}$; $A_{\textcircled{5}} = A_{\textcircled{6}}$, $A_{\textcircled{7}} = A_{\textcircled{8}}$

Por esto el área de la figura roja es la mitad del área del rectángulo. Así:

$$A_{\text{FIGURA}} = \frac{A_{\text{RECTÁNGULO}}}{2} = \frac{d \cdot d'}{2} = \frac{120}{2} = 60 \text{ m}^2$$




$$A = \frac{10 \cdot 8}{2} = 40 \text{ m}^2$$



$$A = \frac{16 \cdot 6}{2} = 48 \text{ m}^2$$

Resuelve problemas con el teorema de Pitágoras

48.  Queremos embaldosar un patio cuadrado de 48 m de perímetro. Para ello, vamos a poner baldosas con forma de rombo cuyas diagonales miden 40 cm y 30 cm. Si cada baldosa cuesta 2,20 € y el cemento cuesta 1,50 €/m², ¿cuánto nos costará solar el patio?

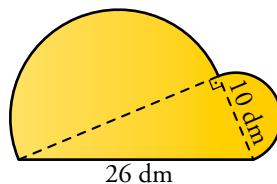
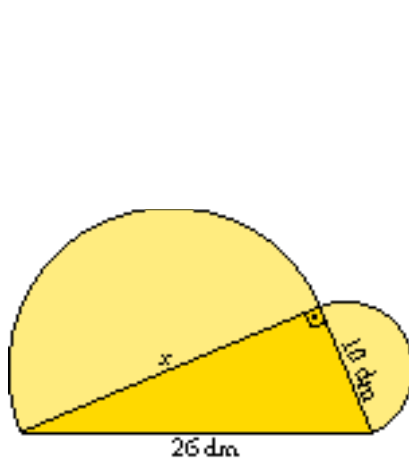
El lado del patio mide $48 : 4 = 12$ m $A = 12^2 = 144$ m².

La superficie de una baldosa es $\frac{0,4 \cdot 0,3}{2} = 0,6$ m².

Para embaldosar el patio harán falta $144 : 0,6 = 240$ baldosas.

Por tanto, solar el patio nos costará $240 \cdot 2,20 + 144 \cdot 1,50 = 744$ euros.

49.  Halla el perímetro y el área de esta figura:



$$x = \sqrt{26^2 - 10^2} = \sqrt{576} = 24 \text{ dm}$$


$$A_{\text{TRIÁNGULO}} = \frac{24 \cdot 10}{2} = 120 \text{ dm}^2$$

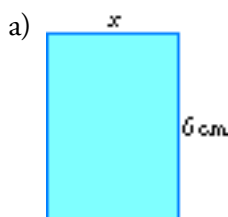
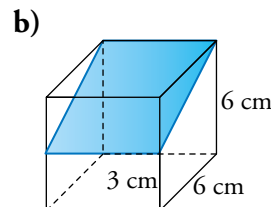
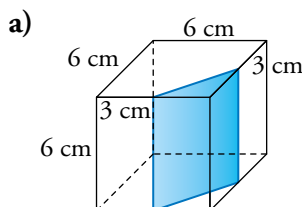
$$A_{1/2 \text{ CÍRCULO GRANDE}} = \frac{\pi \cdot 12^2}{2} \approx 226,08 \text{ dm}^2$$

$$A_{1/2 \text{ CÍRCULO PEQUEÑO}} = \frac{\pi \cdot 5^2}{2} \approx 39,25 \text{ dm}^2$$

$$A_{\text{TOTAL}} = 120 + 226,08 + 39,25 = 385,33 \text{ dm}^2$$

$$P = 26 + \frac{2\pi \cdot 5}{2} + \frac{2\pi \cdot 12}{2} \approx 79,38 \text{ dm}$$

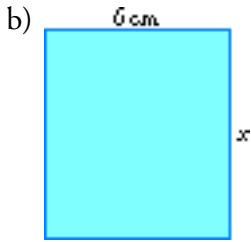
50.  Calcula las dimensiones y el área de cada una de las siguientes secciones del cubo:



$$x = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} \approx 4,24 \text{ cm}$$

$$A = 4,24 \cdot 6 = 25,44 \text{ cm}^2$$

$$P = 2 \cdot 6 + 2 \cdot 4,24 = 20,48 \text{ cm}$$



$$x = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45} \approx 6,71 \text{ cm}$$

$$A = 6,71 \cdot 6 = 40,26 \text{ cm}^2$$

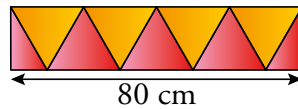
$$P = 6,71 \cdot 2 + 6 \cdot 2 = 25,42 \text{ cm}$$

51. Una comunidad de vecinos quiere pintar una de las fachadas de su edificio. Esta tiene forma de trapecio rectángulo cuyos lados paralelos miden 110 m y 105 m. Sabiendo que tienen que pintar 4 300 m² de pared, ¿cuánto miden los otros dos lados de la fachada?

$$\frac{105 + 110}{2} \cdot a = 4\,300 \text{ m}^2 \quad a = \frac{4\,300 \cdot 2}{215} = 40 \text{ m}$$

El lado perpendicular a los lados paralelos mide 40 m, por tanto, el otro lado de la fachada mide $\sqrt{40^2 + 5^2} = 40,31 \text{ m}$.

52. Calcula el área y el perímetro de la siguiente cenefa decorativa que ha puesto Susana en el jardín de su casa:



La base de cada triángulo equilátero es $80 : 4 = 20 \text{ cm}$, por tanto, la altura de la cenefa es

$$h = \sqrt{20^2 - 10^2} = 17,3 \text{ cm}.$$

$$A = 80 \cdot 17,3 = 1\,384 \text{ cm}^2$$

$$P = 160 + 34,6 = 194,6 \text{ cm}$$

53. Los lados de un triángulo miden 45 cm, 28 cm y 53 cm. Comprueba que es rectángulo, halla su área y calcula la altura sobre el lado más largo.

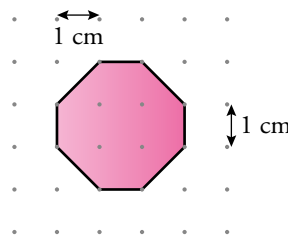
$$53^2 = 2\,809 \text{ cm}^2; \quad 45^2 + 28^2 = 2\,809 \text{ cm}^2$$

Como $53^2 = 45^2 + 28^2$, es un triángulo rectángulo.

$$A = \frac{45 \cdot 28}{2} = 630 \text{ cm}^2 \quad 630 = 53 \cdot a_h \quad a_h = \frac{630}{53} \approx 11,9 \text{ cm}$$

La altura sobre la hipotenusa mide 11,9 cm.

54. ¿Es regular este octógono? Calcula su área y su perímetro.



Este octógono no es regular, hay cuatro lados que miden 1 cm y los otros cuatro miden $\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \approx 1,41 \text{ cm}$.

El perímetro es $P = 4 \cdot 1 + 4 \cdot 1,41 = 9,64 \text{ cm}$.

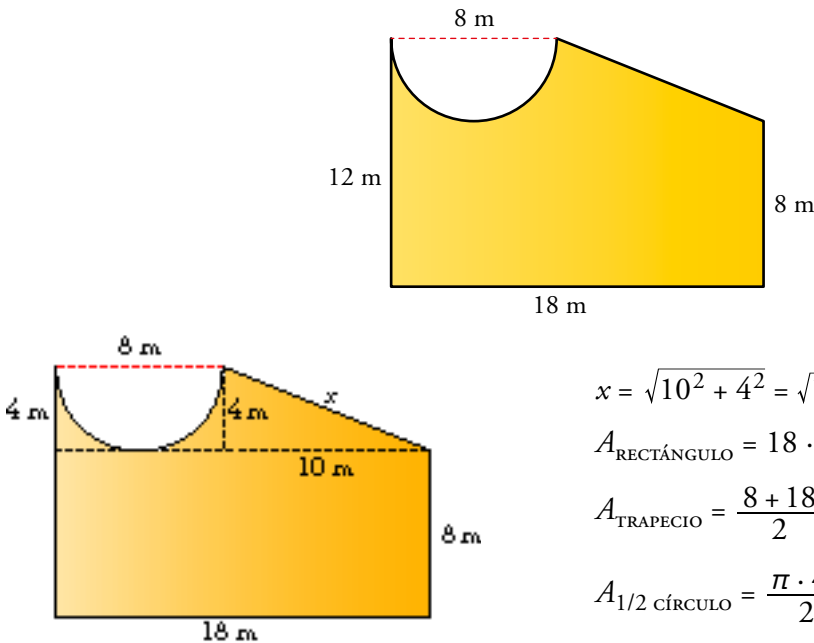
Para calcular el área restamos el área del cuadrado que lo circunscribe de las áreas de los cuatro triángulos de las esquinas, que son iguales.

$$A_{\text{triángulo}} = \frac{1 \cdot 1}{2} = 0,5$$

$$A = 3^2 - 4 \cdot 0,5 = 7 \text{ cm}^2$$

Problemas “+” (con Pitágoras)

55.  **Calcula el perímetro y el área de esta figura:**



$$x = \sqrt{10^2 + 4^2} = \sqrt{116} \approx 10,77 \text{ m}$$


$$A_{\text{RECTÁNGULO}} = 18 \cdot 8 = 144 \text{ m}^2$$

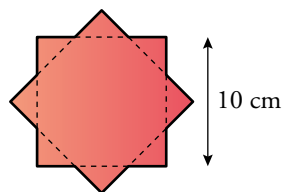
$$A_{\text{TRAPECIO}} = \frac{8+18}{2} \cdot 4 = 52 \text{ m}^2$$

$$A_{1/2 \text{ CÍRCULO}} = \frac{\pi \cdot 4^2}{2} \approx 25,12 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{TOTAL}} = A_{\text{RECTÁNGULO}} + A_{\text{TRAPECIO}} - A_{1/2 \text{ CÍRCULO}} = 144 + 52 - 25,12 = 170,88 \text{ m}^2$$

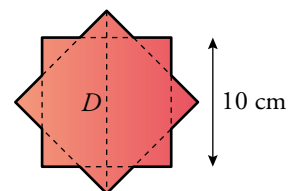
$$P = 18 + 8 + 10,77 + \frac{2\pi \cdot 4}{2} + 12 \approx 61,33 \text{ m}$$

56.  **Calcula el área y el perímetro de la siguiente figura:**



Hallamos la diagonal del cuadrado por el teorema de Pitágoras:

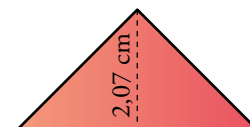
$$D^2 = 10^2 + 10^2 \quad D = \sqrt{10^2 + 10^2} = 14,14 \text{ cm}$$



Queremos hallar el área del triángulo que sobrelase del cuadrado.

Su altura es:

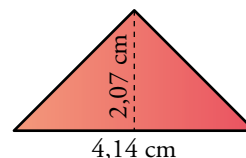
$$h = \frac{14,14 - 10}{2} = 2,07 \text{ cm}$$



Como el triángulo es rectángulo e isósceles, sabemos que la base es el doble que la altura. Es decir, $b = 4,14 \text{ cm}$.

El área del triángulo es, pues:

$$A_{\text{triángulo}} = \frac{4,14 \cdot 2,07}{2} = 4,28 \text{ cm}^2$$

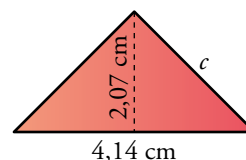


Por tanto, el área total de la figura será la del cuadrado más cuatro veces la del triángulo:

$$A = 10^2 + 4 \cdot 4,28 = 117,14 \text{ cm}^2$$

El perímetro de la figura es igual a las longitudes de los catetos de los 8 triángulos; es decir, 16 veces el cateto del triángulo. Hallamos c , la longitud del cateto.

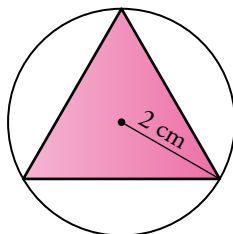
$$c = \sqrt{2,07^2 + 2,07^2} = 2,93 \text{ cm}$$



Por tanto, el perímetro de la figura es:

$$P = 16 \cdot 2,93 = 46,84 \text{ cm}$$

57. **Calcula el área del siguiente triángulo equilátero sabiendo que está inscrito en una circunferencia de radio 2 cm.**

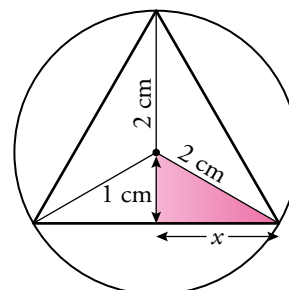


Según el ejercicio 38 de la página 249, se puede deducir que la altura de nuestro triángulo es 3, y usando este dato:

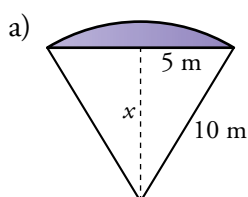
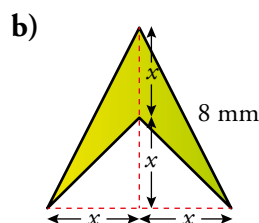
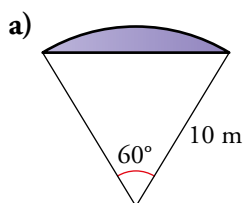
$$x = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3} \approx 1,73 \text{ cm}$$

$$l = 2x = 3,46 \text{ cm}$$

$$A = \frac{3,46 \cdot 3}{2} = 5,19 \text{ cm}^2$$



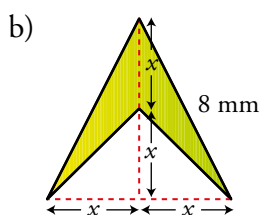
58. **En cada una de las siguientes figuras coloreadas halla su área y su perímetro:**



$$x = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} \approx 8,7 \text{ m}$$

$$A = \frac{\pi \cdot 10^2}{360} \cdot 60 - \frac{10 \cdot 8,7}{2} \approx 8,8 \text{ m}^2$$

$$P = \frac{2\pi \cdot 10}{360} \cdot 60 + 10 \approx 20,5 \text{ m}$$

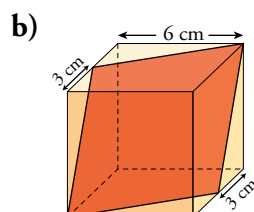
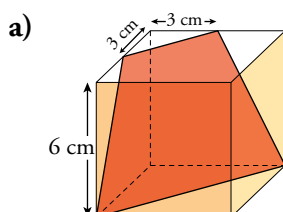


$$(2x)^2 + x^2 = 8^2 \quad 5x^2 = 8^2 \quad x \approx 3,6 \text{ mm}$$

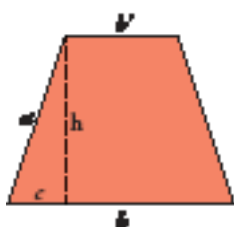
$$A = \frac{3,6 \cdot 2 \cdot 3,6 \cdot 2}{2} - \frac{3,6 \cdot 2 \cdot 3,6}{2} \approx 13 \text{ mm}^2$$

$$P = 2 \cdot 8 + 2 \cdot \sqrt{3,6^2 + 3,6^2} = 26,2 \text{ mm}$$

59. Halla el área y el perímetro de cada una de las figuras rojas obtenidas mediante un corte plano a un cubo de 6 cm de arista.



a) En primer lugar, hallamos las dimensiones del trapecio isósceles que se ha obtenido:



$$b = \sqrt{6^2 + 6^2} \approx 8,49 \text{ cm}; \quad b' = \sqrt{3^2 + 3^2} \approx 4,24 \text{ cm}$$

$$a = \sqrt{6^2 + 3^2} \approx 6,71 \text{ cm}; \quad c = \frac{b - b'}{2} = 2,13 \text{ cm}$$

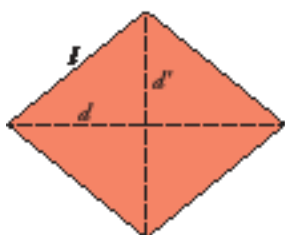
$$h = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{6,71^2 - 2,13^2} \approx 6,36 \text{ cm}$$

Ahora, ya podemos calcular su área y su perímetro:

$$A = \frac{b + b'}{2} \cdot h = \frac{8,49 + 4,24}{2} \cdot 6,36 \approx 40,48 \text{ cm}^2$$

$$P = b + b' + 2a = 8,49 + 4,24 + 2 \cdot 6,71 = 26,16 \text{ cm}$$

b) En primer lugar, hallamos las dimensiones del rombo que se ha obtenido:



$$d = \sqrt{6^2 + 6^2 + 6^2} \approx 10,39 \text{ cm}$$

$$d' = \sqrt{6^2 + 6^2} \approx 8,49 \text{ cm}$$

$$l = \sqrt{6^2 + 3^2} \approx 6,71 \text{ cm}$$

Ahora, ya podemos calcular su área y su perímetro:

$$A = \frac{d \cdot d'}{2} = \frac{10,39 \cdot 8,49}{2} = 44,11 \text{ cm}^2$$

$$P = 4l = 4 \cdot 6,71 = 26,84 \text{ cm}$$

Taller de Matemáticas

Página 252

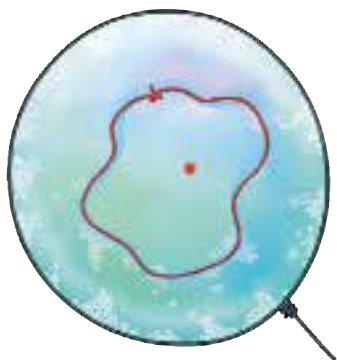
Asocia causas y efectos

¿Por qué son esféricas las pompas de jabón?

- Las láminas de agua jabonosa son elásticas y tienden a reducirse todo lo que pueden. Cuando se las llena de aire (pompas), adoptan la forma esférica porque la esfera es el cuerpo geométrico cuya superficie es menor para un mismo volumen (el volumen de aire que hemos insuflado es su interior).



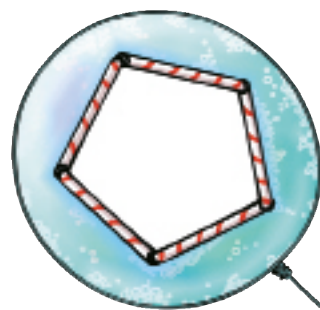
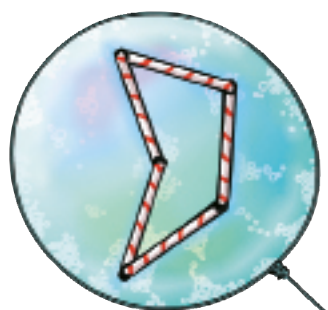
Aquí, la lámina de jabón es plana (mínima superficie).



Hemos depositado sobre ella un hilo con los extremos anudados. Si pinchamos en su interior (punto rojo) se rompe esta parte de la lámina.

La parte exterior se contrae todo lo que puede. El hilo adopta la forma circular. ¿Por qué? Porque el círculo es la figura plana con mayor superficie (hueco) para el mismo perímetro (hilo). De este modo la lámina jabonosa exterior se contrae todo lo posible.

Explica por qué crees que, en este otro caso, el pentágono que se forma es regular:



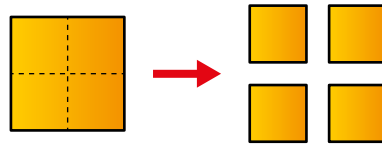
En los polígonos se cumple que entre todos los polígonos de n lados con el mismo perímetro, el de mayor área es el regular (todos sus lados y ángulos son iguales).

Al igual que en el caso de la circunferencia, si tenemos un recinto con cinco palitos en la pompa de jabón, se formará un pentágono regular.

Entrénate resolviendo problemas

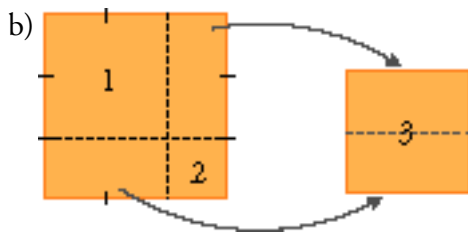
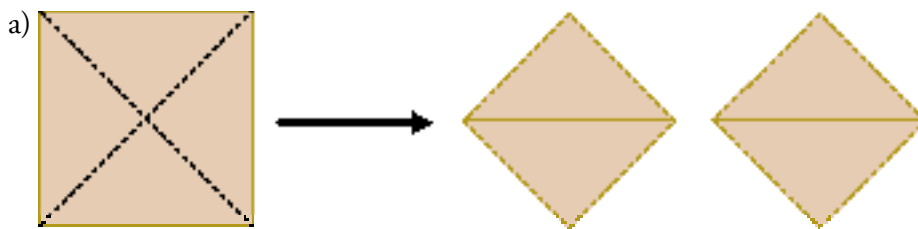
Utiliza tu ingenio

- Dando dos cortes a un cuadrado se pueden obtener con facilidad 4 cuadrados:

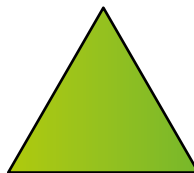


a) Dando dos cortes rectos a un cuadrado se pueden formar, con los trozos, dos cuadrados. Hazlo.

b) ¡Más difícil todavía! Da dos cortes rectos a un cuadrado y construye, después, con los trozos, tres cuadrados.



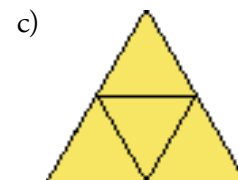
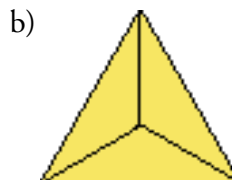
- Dibuja un triángulo equilátero.



a) Divídelo en dos trozos iguales (fácil, ¿verdad?).

b) Dibuja otro y divídelo en tres trozos iguales (este es menos fácil).

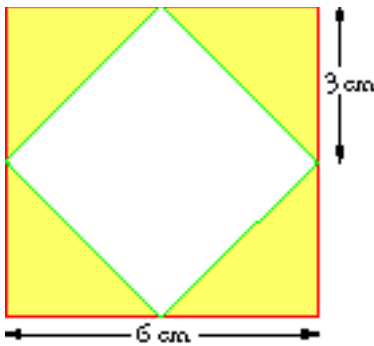
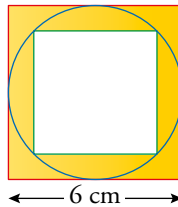
c) ¡Pues también puedes dividirlo en cuatro trozos iguales! Y esto último se puede hacer con un triángulo cualquiera.



Entrénate resolviendo problemas

Reflexiona antes de actuar

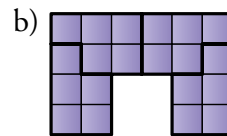
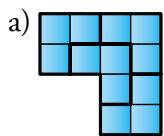
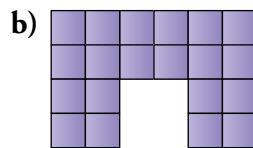
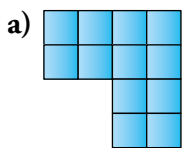
- ¿Cuál es el área de la zona comprendida entre los dos cuadrados?
(Gira el interior del círculo 45°).



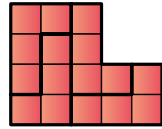
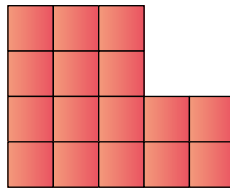
El área de cada triángulo es $A = \frac{3 \cdot 3}{2} = 4,5 \text{ cm}^2$.

Por tanto, el área pedida es $A_{\text{TOTAL}} = 4 \cdot 4,5 = 18 \text{ cm}^2$.

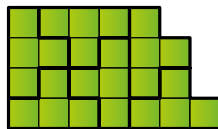
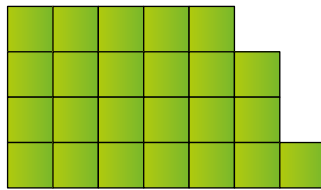
- Busca la manera de partir cada figura en cuatro trozos iguales.



- Divide esta figura en cuatro partes, todas ellas de igual forma y tamaño.

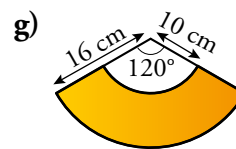
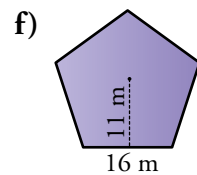
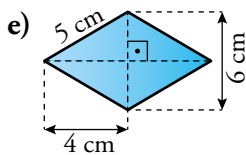
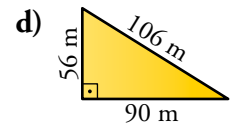
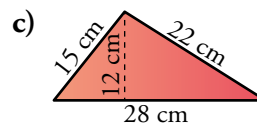
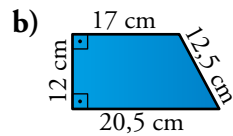
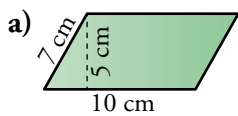


- Divide esta figura en seis partes, todas ellas de igual forma y tamaño.



Autoevaluación

1. Calcula el área y el perímetro de cada una de las siguientes figuras:



a) $A = 10 \cdot 5 = 50 \text{ cm}^2$; $P = 2 \cdot 7 + 2 \cdot 10 = 34 \text{ cm}$

b) $A = \frac{20,5 + 17}{2} \cdot 12 = 225 \text{ cm}^2$; $P = 12 + 17 + 12,5 + 20,5 = 62 \text{ cm}$

c) $A = \frac{28 \cdot 12}{2} = 168 \text{ cm}^2$; $P = 15 + 22 + 28 = 65 \text{ cm}$

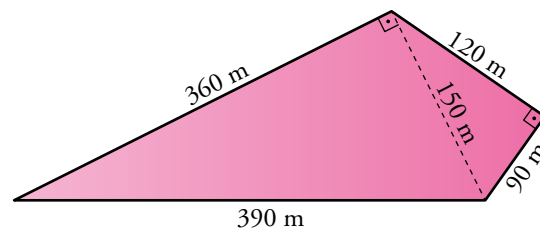
d) $A = \frac{90 \cdot 56}{2} = 2520 \text{ m}^2$; $P = 56 + 106 + 90 = 252 \text{ m}$

e) $A = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24 \text{ cm}^2$; $P = 5 \cdot 4 = 30 \text{ cm}$

f) $A = \frac{5 \cdot 16 \cdot 11}{2} = 440 \text{ m}^2$; $P = 16 \cdot 5 = 80 \text{ m}$

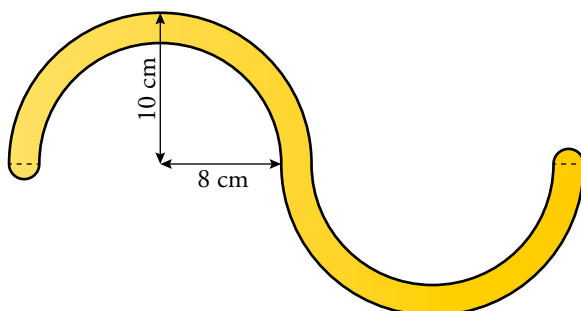
g) $A = (\pi \cdot 16^2 - \pi \cdot 10^2) \cdot \frac{120}{360} \approx 163,36 \text{ cm}^2$; $P = \frac{2 \cdot \pi \cdot 16}{3} + \frac{2 \cdot \pi \cdot 10}{3} + 2 + 6 \approx 66,45 \text{ cm}$

2. Calcula el área de este campo:



$$A = \frac{360 \cdot 150}{2} + \frac{120 \cdot 90}{2} = 32400 \text{ m}^2$$

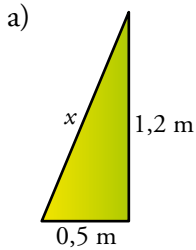
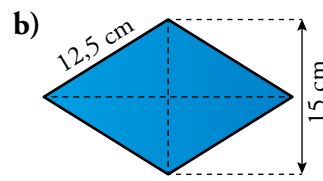
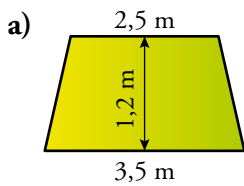
3. Halla el área y el perímetro de esta figura:



$$A = \pi \cdot 10^2 - \pi \cdot 8^2 + \pi \cdot 1^2 = 116,18 \text{ cm}^2$$

$$P = 2\pi \cdot 10 + 2\pi \cdot 8 + 2\pi \cdot 1 = 119,32 \text{ cm}$$

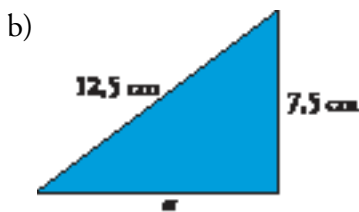
4. Halla el área y el perímetro de las siguientes figuras:



$$A = \frac{3,5 + 2,5}{2} \cdot 1,2 = 3,6 \text{ m}^2$$

$$x = \sqrt{0,5^2 + 1,2^2} = 1,3 \text{ m}$$

$$P = 1,3 + 2,5 + 3,5 + 1,3 = 8,6 \text{ m}$$

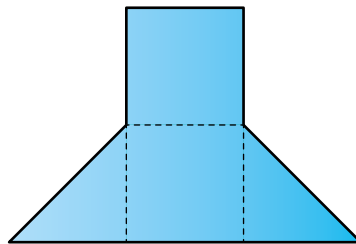


$$x = \sqrt{12,5^2 - 7,5^2} = 10 \text{ cm}$$

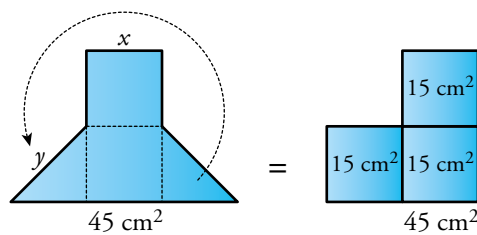
$$A = \frac{20 \cdot 15}{2} = 150 \text{ cm}^2$$

$$P = 4 \cdot 12,5 = 50 \text{ cm}$$

5. El área de la siguiente figura es 45 cm^2 . Calcula su perímetro.



El área de la figura es equivalente a 3 cuadrados de área 15 cm^2 cada uno:



Por tanto:

$$x = \sqrt{15} = 3,9 \text{ cm}$$

$$y = \sqrt{2 \cdot 3,9^2} = 5,5 \text{ cm}$$

Hallamos ahora el perímetro pedido:

$$P = 6 \cdot 3,9 + 2 \cdot 5,5 = 34,4 \text{ cm}$$