

Álgebra retórica y álgebra simbólica

1. Copia y completa en tu cuaderno la expresión retórica o simbólica según corresponda.

Mi salario mensual.	x
El salario que tendré cuando sea especialista. Entonces cobraré trescientos euros más.	...
El salario de un compañero con jornada reducida, que es las tres quintas partes del mío.	...
El salario de un aprendiz, que es ...	$x - 400$
...	$2x - 100$

Mi salario mensual.	x
El salario que tendré cuando sea especialista. Entonces cobraré trescientos euros más.	$x + 300$
El salario de un compañero con jornada reducida, que es las tres quintas partes del mío.	$\frac{3}{5}$ de $x = \frac{3x}{5}$
El salario de un aprendiz, que es 400 euros menor que el mío.	$x - 400$
El salario de un jefe, que es 100 euros menos que el doble de mi salario.	$2x - 100$

2. Un trabajador cobra un sueldo base, B , más 16 euros por cada hora extra. A todo ello se le descuenta un 18% de IRPF. El resultado es el sueldo neto, S . Si n es el número de horas extras que ha hecho en un mes, ¿cuál, o cuáles, de estas expresiones sirven para calcular el sueldo neto?

$$S = B + 16n - 18$$

$$S = (B + 16n) \cdot 0,82$$

$$S = \frac{18 \cdot (B + 16n)}{100}$$

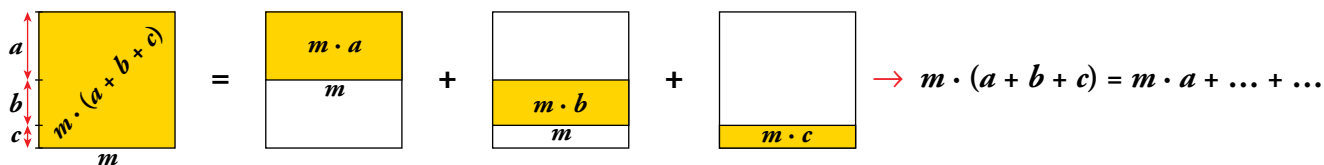
La expresión para calcular el sueldo neto es: $S = (B + 16n) \cdot 0,82$

El sueldo bruto es $B + 16n$.

Al multiplicar por 0,82 se calcula el 82%, que equivale a reducir un 18%.

Álgebra y geometría

3. Traduce a una igualdad algebraica la igualdad de las áreas señaladas:

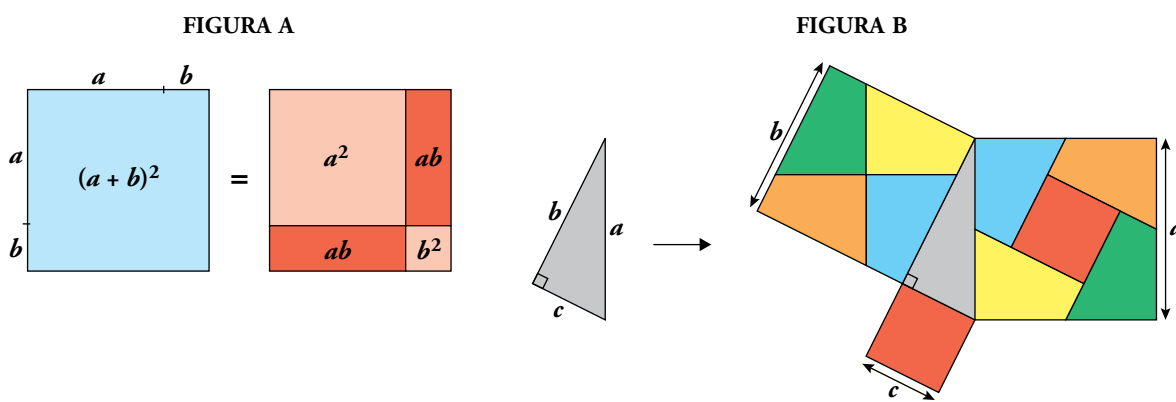


¿Qué propiedad, en la que intervienen la suma y la multiplicación, se ha justificado?

$$m \cdot (a + b + c) = m \cdot a + m \cdot b + m \cdot c$$

La propiedad que se ha justificado en este ejercicio es la distributiva.

4. Observa las figuras e identifica las propiedades que en ellas se justifican.



PROPIEDAD	EXPRESIÓN ALGEBRAICA
El cuadrado de una suma de dos sumandos es igual al cuadrado del primero más el doble del primero por el segundo, más ...	$(a + b)^2 = \dots + \dots + \dots$
En un triángulo rectángulo, la superficie de los cuadrados contruidos sobre los catetos equivale a ...	$b^2 + c^2 = \dots$

El cuadrado de una suma de dos sumandos es igual al cuadrado del primero más el doble del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

En un triángulo rectángulo, la superficie de los cuadrados contruidos sobre los catetos equivale a la superficie del cuadrado contruido sobre la hipotenusa.

$$b^2 + c^2 = a^2$$

1 El álgebra: ¿para qué sirve?

Página 117

1. ¿Cuál de estas identidades corresponde al enunciado de la propiedad asociativa de la multiplicación?

Si al multiplicar tres o más números se agrupan de diferentes formas, el resultado no varía.

$a \cdot b \cdot c = c \cdot a \cdot b$
$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
$a \cdot (c + 1) = a \cdot c + a$

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

2. Copia y completa las casillas vacías.

1	2	3	4	5	...	n
			10		...	$3n - 2$

1	2	3	4	5	...	n
1	4	7	10	13	...	$3n - 2$

3. Escribe los cinco primeros elementos de la serie cuyo término general es $a_n = \frac{3n+1}{2}$.

n	1	2	3	4	5
$\frac{3n+1}{2}$	2	$\frac{7}{2}$	5	$\frac{13}{2}$	8

4. Escribe el término general de estas series:

a) $1 - 4 - 9 - 16 - 25 - \dots \rightarrow a_n = ?$ b) $0 - 3 - 8 - 15 - 24 - \dots \rightarrow b_n = ?$

a) $a_n = n^2$

b) $b_n = n^2 - 1$

5. El sueldo mensual bruto (S_b), el 21% de IRPF y el sueldo neto (S_n) de los empleados de una empresa se calculan con las siguientes fórmulas:

$S_b = 900 + 3a + 10b$
$IRPF = 0,21 \cdot S_b$
$S_n = 0,79 \cdot S_b$

$a =$ Antigüedad (años)

$b =$ Horas extras

- a) ¿Cuánto cobrará este mes un empleado con 8 años de antigüedad y que tiene acumuladas 21 horas extras?

- b) ¿Cuánto le retendrán por el IRPF?

$$S_b = 900 + 3 \cdot 8 + 10 \cdot 21 = 1134 \text{ €}$$

$$IRPF = 0,21 \cdot 1134 = 238,14 \text{ €}$$

$$S_n = 0,79 \cdot 1134 = 895,86 \text{ €}$$

- a) El empleado cobrará 895,86 €.

- b) Le retendrán 238,14 €.

6. La suma de los n primeros números naturales es:

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \frac{n^2 + n}{2}$$

Calcula la suma $1 + 2 + 3 + \dots + 50$.

$$1 + 2 + 3 + \dots + 50 = \frac{50^2 + 50}{2} = 1275$$

7. Un comerciante se propone adquirir, para su posterior venta, una partida de 100 camisas. Y para planificar sus cuentas, maneja las siguientes variables:

$C \rightarrow$ Precio de compra (por el total)

$v \rightarrow$ Precio de venta (por unidad)

$G \rightarrow$ Gastos

$B \rightarrow$ Beneficios

Escribe una igualdad que relacione estas cuatro variables.

$$B - G = 100 \cdot v - C$$

8. Traduce en tu cuaderno a lenguaje algebraico las edades de los miembros de esta familia:

	EDAD
Sara Tiene x años.	x
Rosa (hermana mayor) Le saca 2 años a Sara.	
Ana (madre) Tenía 25 años cuando Sara nació.	
Joaquín (padre) Triplica la edad de Rosa.	

	EDAD
Sara Tiene x años.	x
Rosa (hermana mayor) Le saca 2 años a Sara.	$x + 2$
Ana (madre) Tenía 25 años cuando Sara nació.	$x + 25$
Joaquín (padre) Triplica la edad de Rosa.	$3(x + 2)$

9. Teniendo en cuenta a la familia del ejercicio anterior, escribe una igualdad en la que se refleje este nuevo dato: *El padre de Sara tiene 5 años más que la madre.* Calcula por tanto la edad de Sara.

$$3(x + 2) = x + 25 + 5 = x + 30$$

La edad de Sara es 12 años.

2 Expresiones algebraicas

Página 119

1. Copia en tu cuaderno y completa.

MONOMIO	$8a$	$-3x$	a^2b	$\frac{2}{3}xy^4$	
COEFICIENTE			1		$\frac{1}{4}$
PARTE LITERAL					ab
GRADO					

MONOMIO	$8a$	$-3x$	a^2b	$\frac{2}{3}xy^4$	$\frac{1}{4}ab$
COEFICIENTE	8	-3	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$
PARTE LITERAL	a	x	a^2b	xy^4	ab
GRADO	1	1	3	5	2

2. Ejercicio resuelto.

Ejercicio resuelto en el libro del alumnado.

3. Suma los siguientes monomios:

a) $x + x + x$

b) $n + n + n + n$

c) $x^2 + x^2$

d) $a^3 + a^3 + a^3 + a^3$

e) $4a + 2a$

f) $4m + 4m$

g) $3x^2 + 6x^2$

h) $5a^2 + a^2 + 2a^2$

i) $m^3 + 2m^3 + 4m^3$

j) $3x^4 + 6x^4 + 2x^4$

a) $3x$

b) $4n$

c) $2x^2$

d) $4a^3$

e) $6a$

f) $8m$

g) $9x^2$

h) $8a^2$

i) $7m^3$

j) $11x^4$

4. Reduce.

a) $x + \frac{1}{2}x$

b) $a + \frac{3}{4}a$

c) $\frac{3}{7}m + \frac{2}{7}m$

d) $\frac{1}{4}n + \frac{2}{3}n$

e) $\frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{6}x^2$

f) $\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{3}a^2 + \frac{1}{6}a^2$

a) $\frac{3}{2}x$

b) $\frac{7}{4}a$

c) $\frac{5}{7}m$

d) $\frac{11}{12}n$

e) $\frac{2}{6}x^2 = \frac{1}{3}x^2$

f) $\frac{6}{6}a^2 = a^2$

5. Ejercicio resuelto.

Ejercicio resuelto en el libro del alumnado.

6. Resta estos monomios:

- | | | | |
|-----------------|-----------------|----------------------------------|--------------------------------------|
| a) $8x - 3x$ | b) $8a - 7a$ | c) $11x^2 - 6x^2$ | d) $5a^2 - 9a^2$ |
| e) $m^3 - 5m^3$ | f) $4n^4 - n^4$ | g) $\frac{5}{6}x - \frac{1}{6}x$ | h) $\frac{3}{4}a^2 - \frac{1}{2}a^2$ |
| a) $5x$ | b) a | c) $5x^2$ | d) $-4a^2$ |
| e) $-4m^3$ | f) $3n^4$ | g) $\frac{4}{6}x = \frac{2}{3}x$ | h) $\frac{1}{4}a^2$ |

7. Ejercicio resuelto.

Ejercicio resuelto en el libro del alumnado.

8. Reduce todo lo posible.

- | | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| a) $3x + x + 2 + 6$ | b) $4a + 2a - 7 + 5$ | c) $3a + 3 - 2a + 1$ | d) $5 - 3x + 4x - 4$ |
| e) $5x + 2 - 3x + x$ | f) $2a - 3 - 2 + 3a$ | g) $7 - 4a - 7 + 5a$ | h) $4x - 3 - 4x + 2$ |
| a) $4x + 8$ | b) $6a - 2$ | c) $a + 4$ | d) $x + 1$ |
| e) $3x + 2$ | f) $5a - 5$ | g) a | h) -1 |

9. Reduce.

- | | | |
|--|---|--------------------------------|
| a) $x^2 + 4 + x^2 + 1$ | b) $5x^2 - 3 - 4x^2 + 1$ | c) $x^2 - 6x + 2x + x^2$ |
| d) $3x + 4x^2 - x^2 + x$ | e) $x^2 + 4x + 1 + 2x + 3$ | f) $5x^2 + 3x - 4x^2 - 2x + 1$ |
| g) $3x^2 + \frac{4}{5} + 2x - \frac{1}{5}$ | h) $10 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}x^2 - x$ | |
| a) $2x^2 + 5$ | b) $x^2 - 2$ | c) $2x^2 - 4x$ |
| d) $3x^2 + 4x$ | e) $x^2 + 6x + 4$ | f) $x^2 + x + 1$ |
| g) $3x^2 + 2x + \frac{3}{5}$ | h) $\frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + 10$ | |

10. Ejercicio resuelto.

Ejercicio resuelto en el libro del alumnado.

11. Quita paréntesis y reduce.

- | | | |
|--------------------|------------------------|--------------------------|
| a) $3x + (2x - 1)$ | b) $7x - (5x - 4)$ | c) $6x - (4x + 2)$ |
| d) $3x - (x + 5)$ | e) $(x - 5) + (x - 3)$ | f) $(4x + 2) - (3x + 2)$ |
| a) $5x - 1$ | b) $2x + 4$ | c) $2x - 2$ |
| d) $2x - 5$ | e) $2x - 8$ | f) x |

12. Quita paréntesis y reduce.

- | | |
|---------------------------------------|--|
| a) $(3x^2 - 5x + 2) + (x^2 - 2x + 1)$ | b) $(5x^2 - 2x - 3) - (4x^2 + 3x - 1)$ |
| c) $(x - 3) + (x^2 + 2x + 1)$ | d) $(6x^2 - x) - (3x^2 - 5x + 6)$ |
| a) $4x^2 - 7x + 3$ | b) $x^2 - 5x - 2$ |
| c) $x^2 + 3x - 2$ | d) $3x^2 + 4x - 6$ |

13. Calcula.

a) El valor numérico de $5x^2$ para $x = 1$.

b) El valor numérico de $-4x^2$ para $x = -3$.

c) El valor numérico de $-2xy$ para $x = 3$ e $y = -5$.

a) $5x^2$ para $x = 1 \rightarrow 5 \cdot 1^2 = 5$

b) $-4x^2$ para $x = -3 \rightarrow -4 \cdot (-3)^2 = -4 \cdot 9 = -36$

c) $-2xy$ para $x = 3, y = -5 \rightarrow -2 \cdot 3 \cdot (-5) = 30$

Página 120

14. Haz las multiplicaciones siguientes:

a) $(3x) \cdot (5x)$

b) $(-a) \cdot (4a)$

c) $(4a) \cdot (-5a^2)$

d) $\left(\frac{x^2}{2}\right) \cdot (6x)$

e) $\left(\frac{x^2}{3}\right) \cdot \left(\frac{x^2}{2}\right)$

f) $(5a) \cdot \left(-\frac{1}{5}a^2\right)$

a) $15x^2$

b) $-4a^2$

c) $-20a^3$

d) $3x^3$

e) $\frac{1}{6}x^4$

f) $-a^3$

15. Ejercicio resuelto.

Ejercicio resuelto en el libro del alumnado.

16. Multiplica estos monomios:

a) $(3x) \cdot (5xy)$

b) $(-2ab) \cdot (4b)$

c) $(4x^3y) \cdot (xy)$

d) $\left(-\frac{2}{3}ab\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}ab\right)$

a) $15x^2y$

b) $-8ab^2$

c) $4x^4y^2$

d) a^2b^2

17. Simplifica como en los ejemplos.

• $\frac{20x^3}{4x^2} = \frac{5 \cdot 4 \cdot x^2 \cdot x}{4 \cdot x^2} = \frac{5x}{1} = 5x$

• $\frac{3a}{15a^2} = \frac{3 \cdot a}{3 \cdot 5 \cdot a \cdot a} = \frac{1}{5a}$

a) $\frac{4x}{2}$

b) $\frac{3}{3a}$

c) $\frac{5x}{10x}$

d) $\frac{12a^2}{4a}$

e) $\frac{15x}{3x^2}$

f) $\frac{8a^2}{8a^3}$

a) $2x$

b) $\frac{1}{a}$

c) $\frac{1}{2}$

d) $3a$

e) $\frac{5}{x}$

f) $\frac{1}{a}$

18. Divide.

a) $(10x) : (2x)$

b) $(5a^2) : (15a^2)$

c) $(14a^2) : (-7a)$

d) $(6x^3) : (9x^2)$

e) $(10x^2) : (5x^3)$

f) $(-5a) : (-5a^3)$

g) $(-16a^4) : (8a^6)$

h) $(27x^3) : (-9x)$

a) 5

b) $\frac{1}{3}$

c) $-2a$

d) $\frac{2}{3}x$

e) $\frac{2}{x}$

f) $\frac{1}{a^2}$

g) $\frac{-2}{a^2}$

h) $-3x^2$

3 Polinomios

Página 121

1. Indica el grado de cada polinomio.

a) $x^2 - 3x + 7$

b) $x^4 - 2$

c) $5x^3 - 3x^2$

d) $9x^6 + 2x$

e) $x^5 - 2x^2$

f) $6x^4 - 3x^4$

a) Grado 2.

b) Grado 4.

c) Grado 3.

d) Grado 6.

e) Grado 5.

f) Grado 4.

2. Calcula el valor numérico de $x^3 - 5x^2 - 11$.

a) Para $x = 1$.b) Para $x = -1$.

a) $1^3 - 5 \cdot 1^2 - 11 = 1 - 5 - 11 = -15$

b) $(-1)^3 - 5 \cdot (-1)^2 - 11 = -1 - 5 - 11 = -17$

3. Calcula el valor numérico de $3ab^2 - 5a + 3b$ para $a = 2$ y $b = -1$.

$$3ab^2 - 5a + 3b = 3 \cdot 2 \cdot (-1)^2 - 5 \cdot 2 + 3 \cdot (-1) = 6 - 10 - 3 = -7$$

4. Calcula, por tanteo, los valores de x que anulan cada polinomio.

a) $x^2 - 2x + 1$

b) $x^3 - 8$

c) $x^4 - x^3$

a) $x = 1$ b) $x = 2$ c) $x = 1$ y $x = 0$

Página 122

5. Copia y completa.

$$\begin{array}{r} a) \quad x^2 + 5x - 7 \\ + x^2 - 8x + 5 \\ \hline \square - \square - \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} b) \quad 3x^3 - 6x^2 + 8x + 2 \\ + 2x^3 + 2x^2 - 6x - 9 \\ \hline \square - \square + \square - \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} c) \quad -x^2 + 3x - 9 \\ + \square - \square + \square \\ \hline 3x^2 + 2x - 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} d) \quad x^3 - 4x^2 - \square - 1 \\ + \square - \square + x + \square \\ \hline 3x^3 - 6x^2 - 5x + 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} a) \quad x^2 + 5x - 7 \\ + x^2 - 8x + 5 \\ \hline 2x^2 - 3x - 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} b) \quad 3x^3 - 6x^2 + 8x + 2 \\ + 2x^3 + 2x^2 - 6x - 9 \\ \hline 5x^3 - 4x^2 + 2x - 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} c) \quad -x^2 + 3x - 9 \\ + 4x^2 - x + 4 \\ \hline 3x^2 + 2x - 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} d) \quad x^3 - 4x^2 - 6x - 1 \\ + 2x^3 - 2x^2 + x + 4 \\ \hline 3x^3 - 6x^2 - 5x + 3 \end{array}$$

6. Calcula las siguientes operaciones con estos polinomios:

$$A = 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \quad B = 2x^3 - x^2 - 7x - 1$$

a) $A + B$

b) $A - B$

$$\begin{array}{r} a) \quad A \rightarrow 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \\ + B \rightarrow 2x^3 - x^2 - 7x - 1 \\ \hline A + B \rightarrow 5x^3 - 6x^2 - 11x + 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} b) \quad A \rightarrow 3x^3 - 5x^2 - 4x + 4 \\ - B \rightarrow -2x^3 + x^2 + 7x + 1 \\ \hline A - B \rightarrow x^3 - 4x^2 + 3x + 5 \end{array}$$

7. Calcula las siguientes operaciones con estos polinomios:

$$M = 7x^3 - 6x^2 + 2 \quad N = 5x^2 - 3x - 5$$

a) $M + N$

b) $M - N$

c) $N - M$

$$\begin{array}{r} a) \quad M \rightarrow 7x^3 - 6x^2 + 0x + 2 \\ + N \rightarrow \quad \quad 5x^2 - 3x - 5 \\ \hline M + N \rightarrow 7x^3 - x^2 - 3x - 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} b) \quad M \rightarrow 7x^3 - 6x^2 + 0x + 2 \\ - N \rightarrow \quad \quad - 5x^2 + 3x + 5 \\ \hline M - N \rightarrow 7x^3 - 11x^2 + 3x + 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} c) \quad N \rightarrow \quad \quad 5x^2 - 3x - 5 \\ - M \rightarrow -7x^3 + 6x^2 + 0x - 2 \\ \hline N - M \rightarrow -7x^3 + 11x^2 - 3x - 7 \end{array}$$

Página 123

8. Calcula.

a) $3 \cdot (2x + 5)$

b) $5 \cdot (x^2 - x)$

c) $7 \cdot (x^3 - 1)$

d) $(-2) \cdot (5x - 3)$

e) $x \cdot (x + 1)$

f) $2x \cdot (3x - 5)$

g) $x^2 \cdot (5x - 2)$

h) $3x^2 \cdot (x + 2)$

i) $3x \cdot (x^2 - 2)$

j) $5x \cdot (x^2 + x + 1)$

k) $(-2x) \cdot (x^2 + 3)$

l) $-x \cdot (x^3 + x + 3)$

a) $6x + 15$

b) $5x^2 - 5x$

c) $7x^3 - 7$

d) $-10x + 6$

e) $x^2 + x$

f) $6x^2 - 10x$

g) $5x^3 - 2x^2$

h) $3x^3 + 6x^2$

i) $3x^3 - 6x$

j) $5x^3 + 5x^2 + 5x$

k) $-2x^3 - 6x$

l) $-x^4 - x^2 - 3x$

9. Multiplica.

a) $(x + 1) \cdot (x - 2)$

b) $(2x - 1) \cdot (x - 1)$

c) $(2x - 3) \cdot (3x - 2)$

d) $(4 + x) \cdot (2x + 1)$

a) $x^2 - 2x + x - 2 = x^2 - x - 2$

b) $2x^2 - 2x - x + 1 = 2x^2 - 3x + 1$

c) $6x^2 - 4x - 9x + 6 = 6x^2 - 13x + 6$

d) $8x + 4 + 2x^2 + x = 2x^2 + 9x + 4$

10. Realiza los siguientes productos:

a) $(2x + 1) \cdot (x^2 - x - 1)$

b) $(3x - 2) \cdot (2x^2 + 4x - 3)$

c) $(x^2 + 2x - 3) \cdot (3x^2 + 5x - 4)$

a) $2x \cdot (x^2 - x - 1) + 1 \cdot (x^2 - x - 1) = 2x^3 - 2x^2 - 2x + x^2 - x - 1 = 2x^3 - x^2 - 3x - 1$

b) $3x \cdot (2x^2 + 4x - 3) - 2 \cdot (2x^2 + 4x - 3) = 6x^3 + 12x^2 - 9x - 4x^2 - 8x + 6 = 6x^3 + 8x^2 - 17x + 6$

c)

$$\begin{array}{r} x^2 + 2x - 3 \\ \times \quad 3x^2 + 5x - 4 \\ \hline -4x^2 - 8x + 12 \\ 5x^3 + 10x^2 - 15x \\ \hline 3x^4 + 6x^3 - 9x^2 \\ \hline 3x^4 + 11x^3 - 3x^2 - 23x + 12 \end{array}$$

4 Productos notables

Página 125

1. Copia y completa.

a) $(x + 1)^2 = x^2 + 2 \cdot \square \cdot \square + \square^2 = x^2 + 2\square + \square$

b) $(a + 3)^2 = \square^2 + \square \cdot a \cdot 3 + \square^2 = a^2 + \square a + \square$

c) $(x - 5)^2 = x^2 - 2 \cdot \square \cdot \square + 5^2 = x^2 - \square x + \square$

d) $(a - 2)^2 = \square^2 - 2 \cdot \square \cdot \square + \square^2 = a^2 - \square a + \square$

e) $(x + 5) \cdot (x - 5) = \square^2 - 5^2 = x^2 - \square$

f) $(a - 1) \cdot (a + 1) = \square^2 - \square^2 = a^2 - \square$

Comprueba los resultados efectuando cada producto.

a) $(x + 1)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 1 + 1^2 = x^2 + 2x + 1$

b) $(a + 3)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot 3 + 3^2 = a^2 + 6a + 9$

c) $(x - 5)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 = x^2 - 10x + 25$

d) $(a - 2)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot 2 + 2^2 = a^2 - 4a + 4$

e) $(x + 5) \cdot (x - 5) = x^2 - 5^2 = x^2 - 25$

f) $(a - 1) \cdot (a + 1) = a^2 - 1^2 = a^2 - 1$

2. Calcula.

a) $(x + 4)^2$

b) $(x - 1)^2$

c) $(x - 6) \cdot (x + 6)$

d) $(a + 2)^2$

e) $(a - 1)^2$

f) $(a + 4) \cdot (a + 4)$

a) $x^2 + 8x + 16$

b) $x^2 - 2x + 1$

c) $x^2 - 36$

d) $a^2 + 4a + 4$

e) $a^2 - 2a + 1$

f) $(a + 4)^2 = a^2 + 8a + 16$

3. Ejercicio resuelto.

Ejercicio resuelto en el libro del alumnado.

4. Opera.

a) $(2x - y)^2$

b) $(5 - 3x)^2$

c) $(1 + 2a)^2$

d) $(3a + 2b)^2$

e) $(2x + 1) \cdot (2x - 1)$

f) $(3a - 2b) \cdot (3a + 2b)$

a) $4x^2 - 4xy + y^2$

b) $25 - 30x + 9x^2$

c) $1 + 4a + 4a^2$

d) $9a^2 + 12ab + 4b^2$

e) $4x^2 - 1$

f) $9a^2 - 4b^2$

5. Copia y completa.

a) $x^2 + 2xy + y^2 = (\square + \square)^2$

b) $a^2 - 2a + 1 = (\square - \square)^2$

c) $4x^2 + 4x + 1 = (\square + \square)^2$

d) $a^2 - 16 = (a + 4) \cdot (\square - \square)$

a) $x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$

b) $a^2 - 2a + 1 = (a - 1)^2$

c) $4x^2 + 4x + 1 = (2x + 1)^2$

d) $a^2 - 16 = (a + 4) \cdot (a - 4)$

6. Simplifica las fracciones siguientes:

$$a) \frac{x^2 + 2xy + y^2}{x^2 - y^2}$$

$$b) \frac{a^2 - 9}{a^2 - 6a + 9}$$

$$c) \frac{a^2 - 1}{a^2 - 2a + 1}$$

$$d) \frac{x - 4}{x^2 - 8x + 16}$$

$$e) \frac{a^2 + 8a + 16}{a^2 - 16}$$

$$f) \frac{2a + 3}{4a^2 - 9}$$

$$g) \frac{9x^2 + 6x + 1}{3x + 1}$$

$$h) \frac{a^2 - 16}{a + 4}$$

$$a) \frac{(x + y)^2}{(x + y)(x - y)} = \frac{x + y}{x - y}$$

$$b) \frac{(a + 3)(a - 3)}{(a - 3)^2} = \frac{a + 3}{a - 3}$$

$$c) \frac{(a + 1)(a - 1)}{(a - 1)^2} = \frac{a + 1}{a - 1}$$

$$d) \frac{x - 4}{(x - 4)^2} = \frac{1}{x - 4}$$

$$e) \frac{(a + 4)^2}{(a + 4)(a - 4)} = \frac{a + 4}{a - 4}$$

$$f) \frac{2a + 3}{(2a + 3)(2a - 3)} = \frac{1}{2a - 3}$$

$$g) \frac{(3x + 1)^2}{3x + 1} = 3x + 1$$

$$h) \frac{(a + 4)(a - 4)}{a + 4} = a - 4$$

Página 126

7. Copia y completa.

a) $7x + 7y = 7 \cdot (\square + \square)$

b) $6a - 9b = 3 \cdot (\square - \square)$

c) $2x + xy = x \cdot (\square + \square)$

d) $x + x^2 - x^3 = x \cdot (\square + \square - \square)$

e) $5x^2 + 10xy + 15x = 5x \cdot (\square + \square + \square)$

f) $2a^2 - 8ab + 4a^2b^2 = 2a \cdot (\square - \square + \square)$

g) $6a^2b + 3ab^2 - 9ab = 3ab \cdot (\square + \square - \square)$

a) $7x + 7y = 7 \cdot (x + y)$

b) $6a - 9b = 3 \cdot (2a - 3b)$

c) $2x + xy = x \cdot (2 + y)$

d) $x + x^2 - x^3 = x \cdot (1 + x - x^2)$

e) $5x^2 + 10xy + 15x = 5x \cdot (x + 2y + 3)$

f) $2a^2 - 8ab + 4a^2b^2 = 2a \cdot (a - 4b + 2ab^2)$

g) $6a^2b + 3ab^2 - 9ab = 3ab \cdot (2a + b - 3)$

8. Extrae factor común.

a) $8x + 8y$

b) $3a + 3b$

c) $5x + 10$

d) $8 + 4a$

e) $x^2 + xy$

f) $2a^2 + 6a$

g) $y^3 + 7y$

h) $6a + 2a^3$

a) $8 \cdot (x + y)$

b) $3 \cdot (a + b)$

c) $5 \cdot (x + 2)$

d) $4 \cdot (2 + a)$

e) $x \cdot (x + y)$

f) $2a \cdot (a + 3)$

g) $y \cdot (y^2 + 7)$

h) $2a \cdot (3 + a^2)$

9. Simplifica.

a) $\frac{3x}{2x + xy}$

b) $\frac{4a}{4a + 8b}$

c) $\frac{x^2}{x^2 + x^3}$

a) $\frac{3x}{x \cdot (2 + y)} = \frac{3}{2 + y}$

b) $\frac{4a}{4 \cdot (a + 2b)} = \frac{a}{a + 2b}$

c) $\frac{x^2}{x^2 \cdot (1 + x)} = \frac{1}{1 + x}$

5.  ¿Cuál de las siguientes expresiones representa ...

a) ... un número de tres cifras $\boxed{a|b|c}$?

b) ... su siguiente?

c) ... su doble?

d) ... el doble de su anterior?

A $\boxed{100a + 10b + (c + 1)}$

B $\boxed{200a + 20b + 2c}$

C $\boxed{200a + 20b + 2c - 2}$


D $\boxed{100a + 10b + c}$

a) D

b) A

c) B

d) C

6.  Copia en tu cuaderno y completa.

1	2	3	4	5	...	n
		22			...	$3n^2 - 5$

1	2	3	4	5	...	n
			10		...	$\frac{n(n+1)}{2}$

1	2	3	4	5	...	n
-2	7	22	43	70	...	$3n^2 - 5$

1	2	3	4	5	...	n
1	3	6	10	15	...	$\frac{n(n+1)}{2}$

7.  Siguiendo la lógica de la tabla, completa en tu cuaderno las casillas vacías.

1	2	3	5	10	15	20	n
0	3	8	24			399	

1	2	3	5	10	20	25	n
1	4	7	13			73	

1	2	3	5	10	15	20	n
0	3	8	24	99	224	399	$n^2 - 1$

1	2	3	5	10	20	25	n
1	4	7	13	28	58	73	$3n - 2$

8.  Escribe la expresión del término enésimo en cada una de estas series:

a) $2 - 4 - 6 - 8 - 10 - \dots \rightarrow a_n = ?$

b) $3 - 5 - 7 - 9 - 11 - \dots \rightarrow b_n = ?$

c) $5 - 10 - 15 - 20 - 25 - \dots \rightarrow c_n = ?$


d) $4 - 9 - 14 - 19 - 24 - \dots \rightarrow d_n = ?$

a) $a_n = 2n$

b) $b_n = 2n + 1$

c) $c_n = 5n$

d) $d_n = 5n - 1$

9.  El término enésimo de una serie viene dado por la expresión:


$$a_n = 5n - 4$$

a) Escribe sus cinco primeros términos.

b) ¿Cuál es el valor de a_{100} ?

a) $a_1 = 1$; $a_2 = 6$; $a_3 = 11$; $a_4 = 16$; $a_5 = 21$


b) $a_{100} = 5 \cdot 100 - 4 = 496$

10.  El término enésimo de una serie viene dado por esta expresión:

$$a_n = \frac{3n-1}{2}$$

Calcula los términos a_5 , a_9 y a_{15} .

$$a_5 = \frac{3 \cdot 5 - 1}{2} = 7; \quad a_9 = \frac{3 \cdot 9 - 1}{2} = 13; \quad a_{15} = \frac{3 \cdot 15 - 1}{2} = 22$$

11.  Copia y completa la tabla en tu cuaderno sabiendo que los valores a , b y c se relacionan mediante la fórmula:

$$a = \frac{3b + 2c}{5}$$

b	0	0	2	3	4
c	0	5	7	3	9
a					

b	0	0	2	3	4
c	0	5	7	3	9
a	0	2	4	3	6

Página 128

12. En cada una de estas tablas se sigue la misma lógica. Es decir, la relación entre los números de cada casilla es la misma. Complétalas en tu cuaderno.

A	A · B	2A - B	A ² - B ²
B			

7	21		
3	13	8	16

10			
1	12		81

2	10		
5		-6	9

A	A · B	2A - B	A ² - B ²
B	A + 2B	2(A - B)	(A - B) ²

7	21	11	40
3	13	8	16

10	10	19	99
1	12	18	81

2	10	-1	-21
5	12	-6	9

Monomios

13. Copia y completa.

MONOMIO	8a	$\frac{2}{3}xy$	
COEFICIENTE			1
PARTE LITERAL			a ³ b
GRADO			

MONOMIO	8a	$\frac{2}{3}xy$	a ³ b
COEFICIENTE	8	$\frac{2}{3}$	1
PARTE LITERAL	a	xy	a ³ b
GRADO	1	2	4

14. Opera.

- | | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|---------------------|
| a) $2x + 8x$ | b) $7a - 5a$ | c) $2x - 5x$ | d) $3a - 10a$ |
| e) $8x - 6 - 3x - 1$ | f) $6a - 2 - 5a - 1$ | g) $2x + 3 - 9x + 1$ | h) $a - 6 - 2a + 7$ |
| a) $10x$ | b) $2a$ | c) $-3x$ | d) $-7a$ |
| e) $5x - 7$ | f) $a - 3$ | g) $-7x + 4$ | h) $-a + 1$ |

15. Quita paréntesis y reduce.

- | | | |
|--------------------------|--------------------------|------------------------------|
| a) $x - (x - 2)$ | b) $3x + (2x + 3)$ | c) $(5x - 1) - (2x + 1)$ |
| d) $(7x - 4) + (1 - 6x)$ | e) $(1 - 3x) - (1 - 5x)$ | f) $2x - (x - 3) - (2x - 1)$ |
| a) 2 | b) $5x + 3$ | c) $3x - 2$ |
| d) $x - 3$ | e) $2x$ | f) $-x + 4$ |

16.  Opera y reduce.

a) $3x \cdot 4x$

b) $12x : 3x$

c) $\frac{2}{3}x \cdot 6x$

d) $\frac{3}{4}x^2 : \frac{1}{4}x$

e) $x^2 \cdot x^3$

f) $x^5 : x^2$

g) $3x \cdot 5x^3$

h) $15x^6 : 5x^4$

i) $(-2x^2) \cdot (-3x^4)$

j) $(-20x^8) : 5x^7$

k) $\frac{3}{4}x^3 \cdot (-3x^3)$

l) $\frac{2}{5}x^2 : (-2x^3)$

m) $\frac{1}{2}x \cdot \frac{2}{3}x^2$

n) $\frac{2}{3}x : \frac{1}{6}x^3$

a) $12x^2$

b) 4

c) $4x^2$

d) $3x$

e) x^5

f) x^3

g) $15x^4$

h) $3x^2$

i) $6x^6$

j) $-4x$


k) $-\frac{9}{4}x^6$

l) $-\frac{1}{5x}$

m) $\frac{1}{3}x^3$

n) $\frac{4}{x^2}$

Polinomios

17.  Indica el grado de cada uno de los siguientes polinomios:

a) $x^3 + 3x^2 + 2x - 6$

b) $4 - 3x^2$

c) $2x^5 - 4x^2 + 1$

d) $7x^4 - x^3 + x^2 + 1$

a) Grado 3.

b) Grado 2.

c) Grado 5.

d) Grado 4.

18.  Reduce.

a) $x^2 - 6x + 1 + x^2 + 3x - 5$

b) $3x - x^2 + 5x + 2x^2 - x - 1$

c) $2x^2 + 4 + x^3 - 6x + 2x^2 - 4$

d) $5x^3 - 1 - x + x^3 - 6x^2 - x^2 + 4$

a) $2x^2 - 3x - 4$

b) $x^2 + 7x - 1$

c) $x^3 + 4x^2 - 6x$

d) $6x^3 - 7x^2 - x + 3$

19.  Quita paréntesis y reduce.

a) $(3x^2 - 5x + 6) + (2x - 8)$

b) $(6 - 3x + 5x^2) - (x^2 - x + 3)$

c) $(9x^2 - 5x + 2) - (7x^2 - 3x - 7)$

d) $(3x^2 - 1) - (5x + 2) + (x^2 - 3x)$

a) $3x^2 - 3x - 2$

b) $4x^2 - 2x + 3$

c) $2x^2 - 2x + 9$

d) $4x^2 - 8x - 3$

20.  Copia y completa.

$$\begin{array}{r} 3x^2 - 5x - 5 \\ + \square x^2 + \square x - \square \\ \hline 5x^2 - x - 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \square x^3 - 3x^2 + \square x - 8 \\ + 4x^3 + \square x^2 - 5x - \square \\ \hline 6x^3 + 2x^2 - x - 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3x^2 - 5x - 5 \\ + 2x^2 + 4x - 1 \\ \hline 5x^2 - x - 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x^3 - 3x^2 + 4x - 8 \\ + 4x^3 + 5x^2 - 5x - 2 \\ \hline 6x^3 + 2x^2 - x - 10 \end{array}$$

21.  Considera los siguientes polinomios y calcula.

$$A = 3x^3 - 6x^2 + 4x - 2$$

$$B = x^3 - 3x + 1$$

$$C = 2x^2 + 4x - 5$$

a) $A + B$

b) $A + B + C$

c) $A - B$

d) $B - C$

e) $A + B - C$

f) $A - B - C$

a) $A + B = 4x^3 - 6x^2 + x - 1$

b) $A + B + C = 4x^3 - 4x^2 + 5x - 6$

c) $A - B = 2x^3 - 6x^2 + 7x - 3$

d) $B - C = x^3 - 2x^2 - 7x + 6$

e) $A + B - C = 4x^3 - 8x^2 - 3x + 4$

f) $A - B - C = 2x^3 - 8x^2 + 3x + 2$

22.  Opera.

a) $2 \cdot (x^3 - 3x^2 + 2x + 2)$

b) $(-4) \cdot (2x^2 - 5x - 1)$

c) $x \cdot (3x^3 - 4x^2 - 6x - 1)$

d) $x^2 \cdot (5x^2 + 3x + 4)$

e) $(-2x) \cdot (x^3 - 2x^2 + 3x + 2)$

a) $2x^3 - 6x^2 + 4x + 4$

b) $-8x^2 + 20x + 4$

c) $3x^4 - 4x^3 - 6x^2 - x$

d) $5x^4 + 3x^3 + 4x^2$

e) $-2x^4 + 4x^3 - 6x^2 - 4x$

23.  Reduce.

a) $2(3x - 1) + 3(x + 2)$

b) $3(x^2 - 2x - 1) - 2(x + 5)$

c) $4(2x^2 - 5x + 3) - 3(x^2 + x + 1)$

d) $6(3x^2 - 4x + 4) - 5(3x^2 - 2x + 3)$

a) $9x + 4$

b) $3x^2 - 8x - 13$

c) $5x^2 - 23x + 9$

d) $3x^2 - 14x + 9$

Página 129

24.  Multiplica.

a) $(x - 1) \cdot (2x - 3)$

c) $(2x + 3) \cdot (3x - 4)$

e) $(3x + 2) \cdot (x^3 - 2x^2 + 5x + 1)$

a) $2x^2 - 5x + 3$

c) $6x^2 + x - 12$

e) $3x^4 - 4x^3 + 11x^2 + 13x + 2$

b) $(3x - 2) \cdot (x - 5)$

d) $(x + 1) \cdot (x^2 + x + 1)$

f) $(x^2 - 2x - 3) \cdot (2x^3 - 5x^2 - 4x + 3)$

b) $3x^2 - 17x + 10$

d) $x^3 + 2x^2 + 2x + 1$

f) $2x^5 - 9x^4 + 26x^2 + 6x - 9$

25.  Ejercicio resuelto.

Ejercicio resuelto en el libro del alumnado.

26.  Calcula.

a) $(x^2 + 1) \cdot (x - 2)$

c) $(2x - 3) \cdot (3x^3 - 2x + 2)$

a) $x^3 - 2x^2 + x - 2$

c) $6x^4 - 9x^3 - 4x^2 + 10x - 6$

b) $(2x^2 - 1) \cdot (x^2 + 3)$

d) $(x^2 + 2) \cdot (x^3 - 3x + 1)$

b) $2x^4 + 5x^2 - 3$

d) $x^5 - x^3 + x^2 - 6x + 2$

27.  Opera como en el ejemplo.

• $(x^2 + 3) \cdot (x^2 - 1) = x^2 \cdot (x - 1) + 3 \cdot (x^2 - 1) = x^3 - x^2 + 3x^2 - 3 = x^3 + 2x^2 - 3$

a) $(x + 1) \cdot (x^2 + 4)$

c) $(x^2 - 2) \cdot (x + 7)$

a) $x^3 + x^2 + 4x + 4$

c) $x^3 + 7x^2 - 2x - 14$

b) $(x^3 + 1) \cdot (x^2 + 5)$

d) $(x^3 - 3x + 5) \cdot (2x - 1)$

b) $x^5 + 5x^3 + x^2 + 5$

d) $2x^4 - x^3 - 6x^2 + 13x - 5$

28.  Reduce.

a) $(x + 1) \cdot (2x + 3) - 2 \cdot (x^2 + 1)$

c) $(x^2 - 3) \cdot (x + 1) - (x^2 + 5) \cdot (x - 2)$

a) $5x + 1$

c) $3x^2 - 8x + 7$

b) $(2x - 5) \cdot (x + 2) + 3x \cdot (x + 2)$

d) $(4x + 3) \cdot (2x - 5) - (6x^2 - 10x - 12)$

b) $5x^2 + 5x - 10$

d) $2x^2 - 4x - 3$

29.  Ejercicio resuelto.

Ejercicio resuelto en el libro del alumnado.

30.  Realiza las divisiones siguientes:

a) $(8x - 6) : 2$

d) $(4x^3 - 8x^2) : 2x$

a) $4x - 3$

d) $2x^2 - 4x$

b) $(20x - 5) : 5$

e) $(4x^3 - 2x^2 + 6x) : 2x$

b) $4x - 1$

e) $2x^2 - x + 3$

c) $(3x^2 - x) : x$

f) $(12x^3 + 9x^2) : 3x^2$

c) $3x - 1$

f) $4x + 3$

Productos notables y extracción de factor común

31. Extrae factor común.

- | | | | |
|---------------------|------------------------|-----------------------|------------------------|
| a) $3x + 3y + 3z$ | b) $2x - 5xy + 3xz$ | c) $a^2 + 3a$ | d) $3a - 6b$ |
| e) $2x + 4y + 6z$ | f) $4x - 8x^2 + 12x^3$ | g) $9a + 6a^2 + 3a^3$ | h) $2a^2 - 5a^3 + a^4$ |
| a) $3(x + y + z)$ | b) $x(2 - 5y + 3z)$ | c) $a(a + 3)$ | d) $3(a - 2b)$ |
| e) $2(x + 2y + 3z)$ | f) $4x(1 - 2x + 3x^2)$ | g) $3a(3 + 2a + a^2)$ | h) $a^2(2 - 5a + a^2)$ |

32. Calcula sin hacer la multiplicación, utilizando las fórmulas de los productos notables.

- | | | | |
|--------------------|----------------------|----------------------------|------------------------------|
| a) $(x + 3)^2$ | b) $(3 + a)^2$ | c) $(2 - x)^2$ | d) $(a - 6)^2$ |
| e) $(2x + 1)^2$ | f) $(5 - 3a)^2$ | g) $(x - 5) \cdot (x + 5)$ | h) $(3x - 5) \cdot (3x + 5)$ |
| a) $x^2 + 6x + 9$ | b) $9 + 6a + a^2$ | c) $4 - 4x + x^2$ | d) $a^2 - 12a + 36$ |
| e) $4x^2 + 4x + 1$ | f) $25 - 30a + 9a^2$ | g) $x^2 - 25$ | h) $9x^2 - 25$ |

33. Ejercicio resuelto.

Ejercicio resuelto en el libro del alumnado.

34. Descompón en factores.

- | | | |
|--|--|--------------------|
| a) $x^2 - 6x + 9$ | b) $x^3 - 9x$ | c) $3x^2 + 6x + 3$ |
| d) $2x^3 - 12x^2 + 18x$ | e) $x^4 - x^2$ | f) $4x^2 + 4x + 1$ |
| a) $(x - 3)^2 = (x - 3) \cdot (x - 3)$ | b) $x \cdot (x^2 - 9) = x \cdot (x + 3) \cdot (x - 3)$ | |
| c) $3 \cdot (x^2 + 2x + 1) = 3 \cdot (x + 1)^2 = 3 \cdot (x + 1) \cdot (x + 1)$ | | |
| d) $2x \cdot (x^2 - 6x + 9) = 2x \cdot (x - 3)^2 = 2x \cdot (x - 3) \cdot (x - 3)$ | | |
| e) $x^2 \cdot (x^2 - 1) = x^2 \cdot (x + 1) \cdot (x - 1)$ | f) $(2x + 1)^2 = (2x + 1) \cdot (2x + 1)$ | |


35. Sacar factor común en el numerador y en el denominador y, después, simplifica.

- | | | |
|---|---|---|
| a) $\frac{x}{x^2 + 2x}$ | b) $\frac{2x^2 + 10x}{3x^3 + 15x^2}$ | c) $\frac{2x^2 - 2x}{2x^3}$ |
| a) $\frac{x}{x(x + 2)} = \frac{1}{x + 2}$ | b) $\frac{2x(x + 5)}{3x^3(x + 5)} = \frac{2}{3x^3}$ | c) $\frac{2x(x - 1)}{2x^3} = \frac{x - 1}{x^2}$ |

36. Descompón en factores el numerador y el denominador y, después, simplifica.

- | | | |
|--|--|---|
| a) $\frac{x^2 - 9}{x^2 - 6x + 9}$ | b) $\frac{5x + 15}{x^2 + 6x + 9}$ | c) $\frac{3x + 3}{3x^2 - 3}$ |
| d) $\frac{x^2 + 2x + 1}{5x^2 + 5x}$ | e) $\frac{5x^2 - 6x}{2x^3 - 12x^2 + 18x}$ | f) $\frac{3x^3 + 6x^2 + 3x}{6x^3 + 6x^2}$ |
| a) $\frac{(x + 3)(x - 3)}{(x - 3)^2} = \frac{x + 3}{x - 3}$ | b) $\frac{5(x + 3)}{(x + 3)^2} = \frac{5}{x + 3}$ | |
| c) $\frac{3(x + 1)}{3(x + 1)(x - 1)} = \frac{1}{x - 1}$ | d) $\frac{(x + 1)^2}{5x(x + 1)} = \frac{x + 1}{5x}$ | |
| e) $\frac{x(5x - 6)}{2x(x^2 - 6x + 9)} = \frac{5x - 6}{2(x^2 - 6x + 9)}$ | f) $\frac{3x(x^2 + 2x + 1)}{6x^2(x + 1)} = \frac{3x(x + 1)^2}{6x^2(x + 1)} = \frac{x + 1}{2x}$ | |

Relaciona y aplica tus conocimientos

37.  En un campo de cultivo hay cuatro estanques. Llamando C a la cantidad de agua que tendrá un estanque dentro de m minutos, asocia cada estanque con la expresión que le corresponde.

ESTANQUE M: Contiene 4 500 litros de agua y se abre un grifo que le aporta 4 litros por minuto.

ESTANQUE N: Contiene 4 500 litros de agua y se le conecta una bomba que extrae 4 litros por minuto.

ESTANQUE P: Contiene 4 metros cúbicos de agua y se conecta a una tubería que aporta 4,5 metros cúbicos a la hora.

ESTANQUE Q: Contiene 4 metros cúbicos de agua y se abre una boca de riego que extrae 4,5 metros cúbicos a la hora.

$$C = 4\,000 + \frac{4\,500 \cdot m}{60}$$

$$C = 4\,500 - 4 \cdot m$$

$$C = 4\,000 - \frac{4\,500 \cdot m}{60}$$

$$C = 4\,500 + 4 \cdot m$$

Estanque M: $C = 4\,500 + 4 \cdot m$

Estanque N: $C = 4\,500 - 4 \cdot m$

Estanque P: $C = 4\,000 + \frac{4\,500 \cdot m}{60}$

Estanque Q: $C = 4\,000 - \frac{4\,500 \cdot m}{60}$

38. En la clase de Marta, la nota de Matemáticas se calcula atendiendo a tres conceptos con diferente peso: la media de los controles ($\frac{3}{4}$), el cuaderno (20%) y los trabajos especiales (resto).

a) ¿Cuál o cuáles de estas fórmulas sirven para calcular la nota?

Controles (a); Cuaderno (b); Trabajos esp. (c).

$N = \frac{3a}{4} + \frac{b}{5} + \frac{c}{20}$	$N = 0,75a + 0,2b + 0,05c$
$N = \frac{15a + 4b + c}{20}$	$N = \frac{75a + 20b + 5c}{100}$

b) Calcula la nota de Marta y de Javier, con dos cifras decimales.

	M. CONTROLES	CUADERNO	T. ESPECIALES
MARTA	7,25	8	6
JAVIER	6,80	7	5

c) Si el sistema informático de secretaría solo admite notas con números enteros, ¿cuáles serán las calificaciones definitivas de ambos en Matemáticas?

a) Todas las fórmulas son equivalentes y sirven para calcular la nota.

b) Marta \rightarrow 7,34; Javier \rightarrow 6,75

c) Marta \rightarrow 7; Javier \rightarrow 7

39. El importe bruto, I , sin IVA, del recibo de la luz de cierta compañía eléctrica se calcula según la siguiente fórmula:

$$I = F + (L_{AC} - L_{ANT}) \cdot P$$

$F \rightarrow$ Gastos fijos y alquiler de equipos de medida (€)

$L_{AC} \rightarrow$ Lectura actual (kWh)

$L_{ANT} \rightarrow$ Lectura anterior (kWh)

$P \rightarrow$ Precio del kWh (€/kWh)

a) Escribe la fórmula en su versión actualizada, si los gastos fijos son de 8,50 € y el kilovatio hora cuesta 0,80 €.

b) ¿Cuál de las siguientes sería la fórmula actualizada de la factura, en su formato final, incluyendo el 21 % de IVA?


$$I = \frac{8,50 + (L_{AC} - L_{ANT}) \cdot 0,80 + 21}{100}$$

$$I = [8,50 + (L_{AC} - L_{ANT}) \cdot 0,80] \cdot 1,21$$


$$I = 8,50 + (L_{AC} - L_{ANT}) \cdot 0,80 + 1,21$$

a) $I = 8,50 + (L_{AC} - L_{ANT}) \cdot 0,80$

b) $I = [8,50 + (L_{AC} - L_{ANT}) \cdot 0,80] \cdot 1,21$

- 40.**  Una empleada de la compañía eléctrica del ejercicio anterior leyó el mes pasado, en el contador de la vivienda de la familia Gutiérrez, 2 457 kWh, y la lectura de este mes ha sido de 2 516 kWh. ¿A cuánto asciende la factura de este mes?

$I = [8,50 + (2\,516 - 2\,457) \cdot 0,80] \cdot 1,21 = 67,40$ € será el importe de la factura con IVA incluido.

- 41.**  Un fontanero que presta servicio a domicilio cobra, por acudir a una llamada, un fijo de 25 €, más el importe del material utilizado, más 15 € por hora de trabajo. Y a todo ello se le añade el 21 % de IVA.

Escribe la fórmula para obtener el importe de la factura (I), en función de las horas invertidas (h) y el coste del material (M).

$$I = (25 + M + 15 \cdot h) \cdot 1,21$$

Problemas “+”

42. Antes has visto que la suma de los n primeros números impares es $I_n = n^2$.

Teniendo eso en cuenta, ¿cómo expresaríamos la suma, P_n , de los n primeros números pares?

NÚMEROS PARES QUE SUMO	1	2	3	4	5	...	9	...	n
RESULTADO DE LA SUMA	2	6	12	20	30	...	90	...	$P_n = n^2 + n$

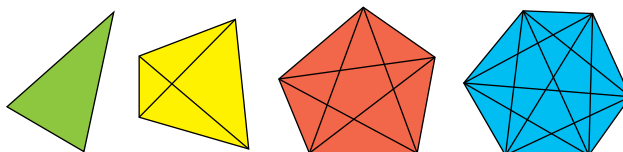
43. Teniendo en cuenta la fórmula para calcular la suma de los n primeros números pares, P_n , que has obtenido en el ejercicio anterior, obtén ahora la que permita calcular la suma, N_n , de los n primeros números naturales.

Para sumar los n primeros números naturales, tendremos que sumar la mitad de pares y la

mitad de impares: $N_n = I_{\frac{n}{2}} + P_{\frac{n}{2}} = \left(\frac{n}{2}\right)^2 + \left[\left(\frac{n}{2}\right)^2 + \frac{n}{2}\right] = \frac{n^2}{4} + \frac{n^2}{4} + \frac{n}{2} = \frac{n^2 + n}{2}$, que es lo

que teníamos en el ejercicio 6 de la página 117 de esta unidad.

44. Cuenta el número de diagonales de los siguientes polígonos:



Teniendo en cuenta que el número de diagonales que salen de un vértice es igual al número de lados menos tres y que, además, cada diagonal toca a dos vértices:

Busca la fórmula que te permite calcular el número de diagonales (D), sabiendo el número de lados (n).

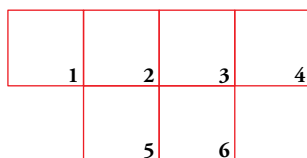
$$D = \frac{n(n-3)}{2}$$

Taller de matemáticas

Página 132

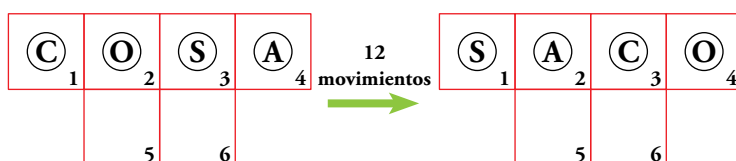
Experimenta, anota y juega

1. Tenemos un tablero con seis casillas y cuatro fichas con las letras A, C, O, S.



2. Colocamos las fichas formando la palabra COSA.

3. Desplazando cada vez una letra a una casilla contigua vacía, con 12 movimientos se consigue transformar la palabra COSA en la palabra SACO. Así:



(S → 6), (S → 5), (A → 3), (A → 6), (O → 3), (O → 4), (C → 2), (C → 3),
(S → 2), (S → 1), (A → 5), (A → 2)

• Busca el mínimo número de movimientos para transformar:

COSA → CASO COSA → OCAS

COSA → CASO

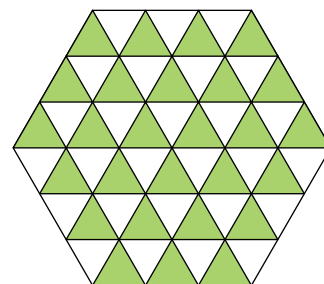
(S → 6), (S → 5), (O → 3), (O → 6), (A → 3), (A → 2), (O → 3), (O → 4),
(S → 6), (S → 3)

COSA → OCAS

(S → 6), (O → 3), (C → 2), (C → 5), (O → 2), (O → 1), (A → 3), (A → 2),
(S → 3), (S → 4), (A → 3), (C → 2)

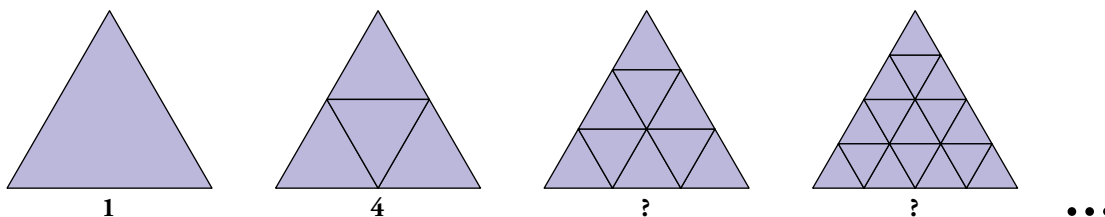
Experimenta, ordena la información y generaliza

En una exposición se ha presentado este mosaico en forma de hexágono de lado 3 unidades, construido con 54 piezas triangulares.



- ¿Cuántas piezas se necesitarían para construir un mosaico con la misma forma, pero de lado 20 unidades?
- En general, ¿cuántas piezas se necesitarían para construir un hexágono de lado n unidades?

Resuélvelo, primero, con triángulos.



Lo resolvemos primero para los triángulos:

PARTES EN QUE SE DIVIDE EL LADO	1	2	3	4	5	6	...	20	...	n
PARTES EN QUE SE DIVIDE LA FIGURA (TRIÁNGULOS)	1	4	9	16	25	36	...	400	...	n^2

Contestamos, ahora, a las preguntas:

- Mosaico de lado 20 unidades \rightarrow 2400 piezas ($6n^2 = 6 \cdot 20^2 = 2400$)
- Mosaico de lado n unidades \rightarrow $6n^2$ piezas

El mosaico hexagonal con lado de n unidades está formado por 6 triángulos de lado n unidades, por lo que utilizando el resultado del problema anterior:

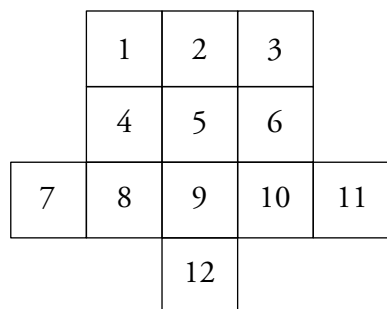
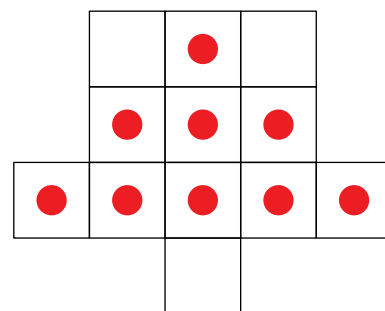
$$\text{NÚMERO DE PIEZAS} = 6 \cdot (\text{número de piezas del triángulo de lado } n) = 6n^2$$

Piensa, experimenta, toma decisiones

Objetivo: Eliminar todas las fichas del tablero, excepto una.

Reglas: En cada movimiento, una ficha salta sobre otra y cae en la casilla siguiente, que debe estar vacía. La ficha sobre la que se ha saltado queda eliminada; es decir, sale del tablero.

- Busca un código que te permita expresar con facilidad los movimientos.



Nombrando las casillas como se muestra en el gráfico, representamos cada movimiento con un par (m, n) que significa; la ficha de la casilla m salta sobre su vecina y cae en n .

Una solución: $(8, 1)$; $(1, 3)$; $(5, 12)$; $(11, 9)$; $(3, 10)$; $(10, 8)$; $(7, 9)$; $(12, 5)$

Entrénate resolviendo problemas

Dibuja, calcula, utiliza la lógica

- En uno de los platillos de una balanza se ha colocado un queso manchego. En el otro platillo se han colocado los $\frac{3}{4}$ de un queso igual al anterior más una pesa de $\frac{3}{4}$ kg.

Si la balanza ha quedado en equilibrio, ¿cuánto pesa el queso?

El peso del cuarto de queso que falta es el de la pesa, por tanto un cuarto de queso pesa $\frac{3}{4}$ de kilo y el queso entero pesa $4 \cdot \frac{3}{4} = 3$ kilos.

- Una máquina fabrica 5 tuercas por minuto. Este es el tiempo en el que está funcionando:

LUNES A JUEVES	De 8 h a 13 h y de 15 h a 17 h
VIERNES	De 8 h a 14 h

Para atender un pedido de 25 000 tuercas, la ponen a trabajar el miércoles 24 de mayo a las 11 de la mañana. ¿Cuándo se completará el pedido?

$25\,000 : 5 = 5\,000$ minutos se tardará en completar el pedido, que pasándolo a horas nos da un total de $5\,000 : 60 = 83$ h 20 min.

Si se pone a trabajar la máquina el miércoles 24 de mayo, se completará el pedido el viernes 9 de junio a las 12 h 20 min.