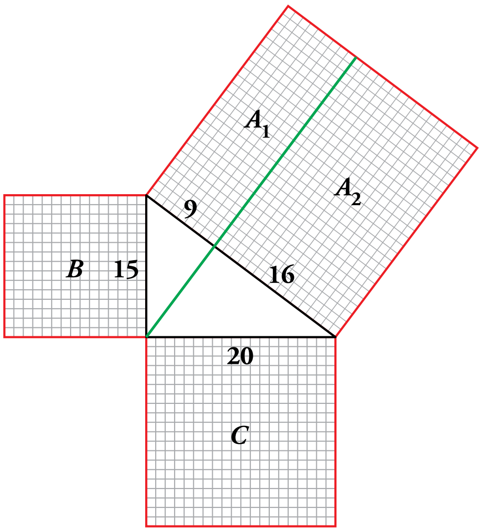
Página 177

El teorema de Pitágoras y la demostración de Euclides

Comprueba en esta figura la propiedad anterior. Para ello:



a) ¿Cuántos cuadraditos tiene el cuadrado pequeño, B? Comprueba que son los mismos que los del rectángulo A_1.

b) Comprueba que el número de cuadraditos del cuadrado C coincide con el de A_2.

c) Enuncia la propiedad.

a) $\left.\begin{array}{l} B \text{ tiene } 15 \cdot 15 = 225 \text{ cuadraditos} \\ A_1 \text{ tiene } 9 \cdot 25 = 225 \text{ cuadraditos} \end{array}\right\}$ Coinciden.

b) C tiene $20 \cdot 20 = 400$ cuadraditos y A_2, $16 \cdot 25 = 400$. Coinciden.

c) Las áreas de los cuadrados B y C suman lo mismo que el área del cuadrado grande:

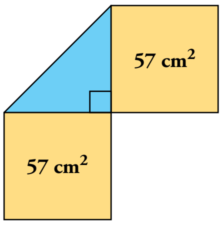
$$\text{Área de } B + \text{Área de } C = \text{Área de } A_1 + \text{Área de } A_2 = \text{Área de } A$$

1 Teorema de Pitágoras

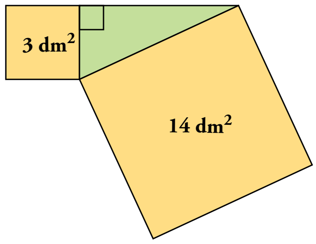
Página 178

1. Dibuja en tu cuaderno estas figuras. Complétalas construyendo el cuadrado que falta en cada una y di cuál es su área.

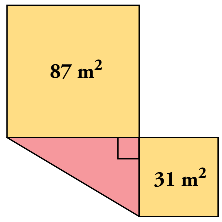
a)

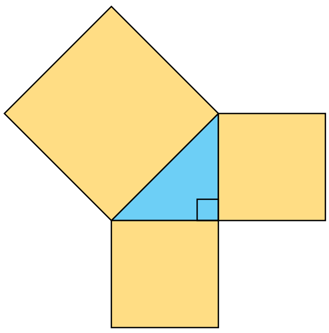


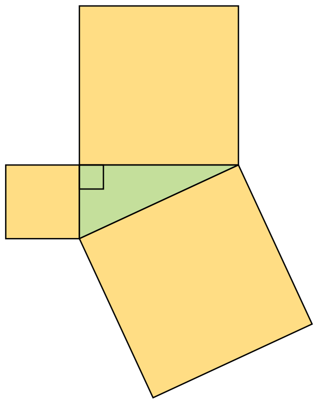
b)

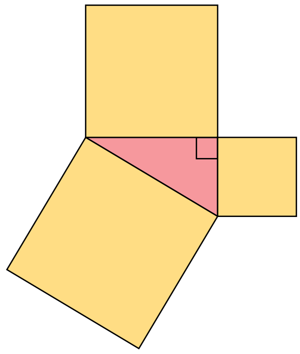


c)









El área de cada cuadrado que falta es:

a) $57 + 57 = 114$ cm^2

b) $14 - 3 = 11$ dm^2

c) $87 + 31 = 118$ m^2

Página 179

2. Comprueba que las nueve ternas de arriba son, efectivamente, pitagóricas.

Por ejemplo, 3, 4 y 5 es pitagórica, ya que $3^2 + 4^2 = 5^2$.

$5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2$

$7^2 + 24^2 = 49 + 576 = 625 = 25^2$

$8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289 = 17^2$

$9^2 + 40^2 = 81 + 1\,600 = 1\,681 = 41^2$

$11^2 + 60^2 = 121 + 3\,600 = 3\,721 = 61^2$

$12^2 + 35^2 = 144 + 1\,225 = 1\,369 = 37^2$

$13^2 + 84^2 = 169 + 7\,056 = 7\,225 = 85^2$

$16^2 + 63^2 = 256 + 3\,969 = 4\,225 = 65^2$

3. Clasifica según sus ángulos estos triángulos:

a) 17 m, 6 m, 14 m

b) 64 cm, 84 cm, 57 cm

c) 45 dm, 28 dm, 53 dm

d) 5 mm, 5 mm, 8 mm

a) $6^2 + 14^2 = 36 + 196 = 232 < 289 = 17^2 \rightarrow$ Obtusángulo

b) $57^2 + 64^2 = 3\,249 + 4\,096 = 7\,345 > 7\,056 = 84^2 \rightarrow$ Acutángulo

c) $28^2 + 45^2 = 784 + 2\,025 = 2\,809 = 53^2 \rightarrow$ Rectángulo

d) $5^2 + 5^2 = 25 + 25 = 50 < 64 = 8^2 \rightarrow$ Obtusángulo

2 Cálculo de un lado conociendo los otros dos

Página 180

1. Halla la longitud del lado desconocido en estos triángulos rectángulos, donde *a* es la hipotenusa, aproximando cuando haga falta hasta dos cifras decimales:

a) $c = 70$ mm $a = 74$ mm

b) $b = 15$ cm $a = 25$ cm

c) $b = 14$ m $c = 48$ m

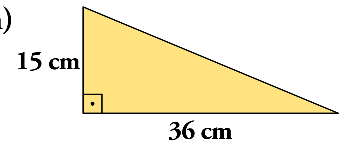
d) $b = 13$ pulgadas $c = 84$ pulgadas

e) $b = 5{,}5$ cm $a = 30{,}5$ cm

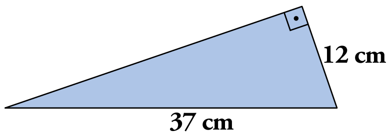
f) $c = 24$ km $a = 26$ km

g) $b = 65$ m $a = 425$ m

h)



i)



j) Los catetos del triángulo rectángulo miden 3 dam y 5 dam respectivamente.

k) La hipotenusa del triángulo rectángulo mide 10,7 m, y uno de los catetos, 7,6 m.

a) $b = 24$ mm

b) $c = 20$ cm

c) $a = 50$ m

d) $a = 85$ pulgadas

e) $c = 30$ cm

f) $b = 10$ km

g) $c = 420$ m

h) $a = 39$ cm

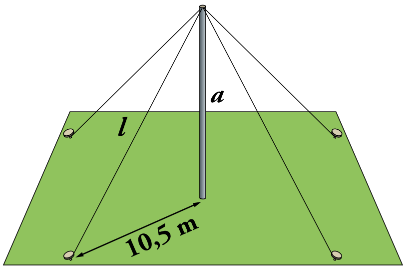
i) $c = 35$ cm

j) $a = 5{,}83$ dam

k) $b = 7{,}53$ m

Página 181

2. **Para colocar un mástil, se han utilizado 64 m de cable. Se sujeta con cuatro cables y se necesita 1 m de longitud por cada amarre. Si todos los cables están atados al extremo de arriba y a un tornillo anclado en el suelo a 10,5 m de su pie, ¿qué altura alcanza el mástil?**



De los 64 m de cable quitamos 4 m de los amarres (1 m por amarre) y nos quedan 60 m, que entre los cuatro cables resultan 15 m por cada uno.

Así, las hipotenusas de los triángulos formados por el suelo, el mástil y el cable miden 15 m.

Aplicamos Pitágoras:

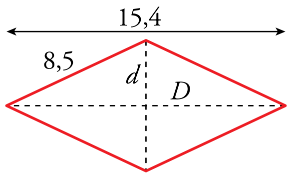
$$a = \sqrt{15^2 - 10{,}5^2} = \sqrt{114{,}75} = 10{,}71$$

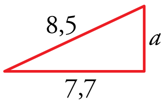
La altura del mástil es 10,71 m.

3 Aplicaciones del teorema de Pitágoras

Página 184

1. El lado de un rombo mide 8,5 m, y una de sus diagonales, 15,4 m. Calcula su área.

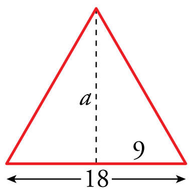




$$a = \sqrt{8{,}5^2 - 7{,}7^2} = \sqrt{12{,}96} = 3{,}6 \text{ m} \rightarrow d = 7{,}2 \text{ m}$$

$$A = \frac{15{,}4 \cdot 7{,}2}{2} = 55{,}44 \text{ m}^2$$

2. Halla el área de un triángulo equilátero de 54 cm de perímetro.

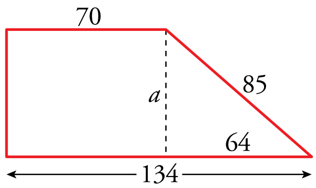


$$\text{Lado} = \frac{54}{3} = 18 \text{ cm}$$

$$a = \sqrt{18^2 - 9^2} = \sqrt{243} \approx 15{,}59 \text{ cm}$$

$$A = \frac{18 \cdot 15{,}59}{2} = 140{,}31 \text{ cm}^2$$

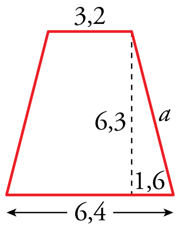
3. Calcula el área de un trapecio rectángulo cuyas bases miden 70 dm y 134 dm, y el lado oblicuo, 85 dm.



$$a = \sqrt{85^2 - 64^2} = \sqrt{3129} \approx 55{,}94 \text{ dm}$$

$$A = \frac{134 + 70}{2} \cdot 55{,}94 = 5\,705{,}88 \text{ dm}^2$$

4. Halla el área y el perímetro de un trapecio isósceles cuyas bases miden 3,2 m y 6,4 m, y su altura, 6,3 m.

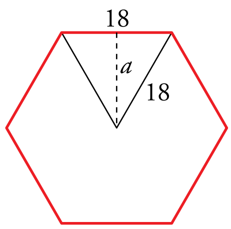


$$a = \sqrt{6{,}3^2 + 1{,}6^2} = \sqrt{42{,}25} = 6{,}5 \text{ m}$$

$$P = 3{,}2 + 2 \cdot 6{,}5 + 6{,}4 = 22{,}6 \text{ m}$$

$$A = \frac{6{,}4 + 3{,}2}{2} \cdot 6{,}3 = 30{,}24 \text{ m}^2$$

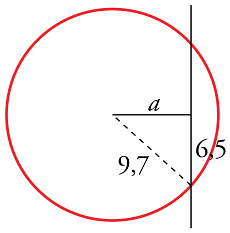
5. Calcula el área de un hexágono regular de 18 cm de lado. (Recuerda que en un hexágono regular, el lado mide igual que el radio).



$$a = \sqrt{18^2 - 9^2} = \sqrt{243} \approx 15{,}6 \text{ cm}$$

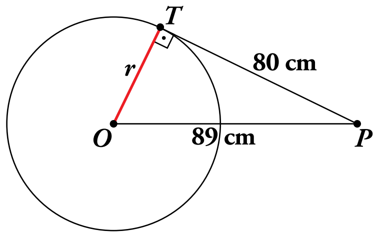
$$A = \frac{18 \cdot 6 \cdot 15{,}6}{2} = 842{,}4 \text{ cm}^2$$

6. **En una circunferencia de radio 9,7 m, se traza una cuerda de 13 m. ¿A qué distancia de la cuerda se encuentra el centro de la circunferencia?**



$$a = \sqrt{9{,}7^2 - 6{,}5^2} = \sqrt{51{,}84} = 7{,}2 \text{ m}$$

7. **La distancia de un punto *P* al centro O de una circunferencia es de 89 cm. Trazamos una tangente desde *P* a la circunferencia. El segmento tangente *PT* tiene una longitud de 80 cm. Halla el perímetro de la circunferencia y el área del círculo.**

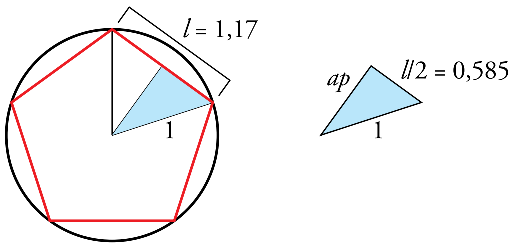


$r = \sqrt{89^2 - 80^2} = \sqrt{1521} = 39$ cm

$P = 2\pi \cdot 39 \approx 245$ cm

$A = \pi \cdot 39^2 \approx 4\,778{,}36 \text{ cm}^2$

8. **Un pentágono regular está inscrito en una circunferencia de radio 1 m. Su perímetro es 5,85 m. Calcula su área.**



$l = 5{,}85 : 5 = 1{,}17$ m

$ap = \sqrt{1^2 - 0{,}585^2} = 0{,}81$

$$A = \frac{5{,}85 \cdot 0{,}81}{2} = 2{,}37 \text{ m}^2$$

9. **Halla la longitud de la diagonal de un ortoedro cuyas dimensiones son 8 dm, 6 dm y 14 dm.**

La figura es como la del ejercicio resuelto 11 de esta misma página cambiando las medidas: $\overline{AB} = 8$ dm, $\overline{BC} = 6$ dm y $\overline{CD} = 14$ dm.

$$\overline{AC} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ dm}$$

$$d = \sqrt{10^2 + 14^2} = 17{,}2 \text{ dm}$$

La diagonal del ortoedro mide 17,2 dm.

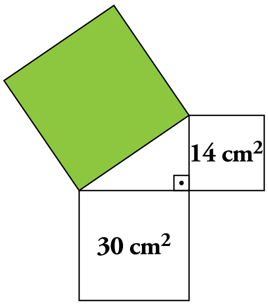
Ejercicios y problemas

Página 185

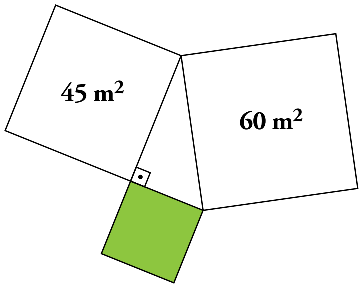
Teorema de Pitágoras

1. **Calcula el área del cuadrado verde en cada uno de los siguientes casos:**

a)



b)

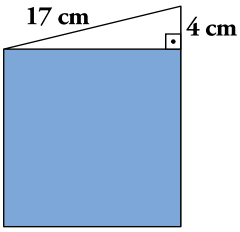


a) $A = 30 + 14 = 44 \text{ cm}^2$

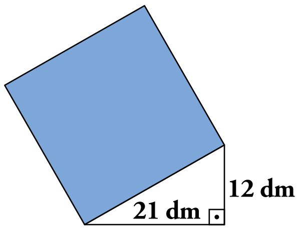
b) $A = 60 - 45 = 15 \text{ m}^2$

2. **Calcula el área de los siguientes cuadrados:**

a)



b)



a) $l = \sqrt{17^2 - 4^2} = \sqrt{273}$

$A = l^2 = 273 \text{ cm}^2$

b) $l = \sqrt{21^2 + 12^2} = \sqrt{585}$

$A = l^2 = 585 \text{ dm}^2$

3. **Di si cada uno de los siguientes triángulos es rectángulo, acutángulo u obtusángulo.**

a) 15 cm, 10 cm, 11 cm

b) 35 m, 12 m, 37 m

c) 23 dm, 30 dm, 21 dm

d) 15 km, 20 km, 25 km

e) 17 millas, 10 millas, 5 millas

f) 21 mm, 42 mm, 21 mm

g) 18 cm, 80 cm 82 cm

a) Obtusángulo.

b) Rectángulo.

c) Acutángulo.

d) Rectángulo.

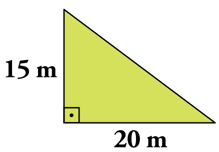
e) Acutángulo.

f) Obtusángulo.

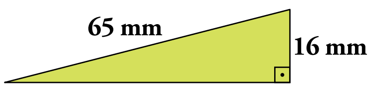
g) Rectángulo.

4. **Calcula el lado desconocido en cada triángulo rectángulo:**

a)



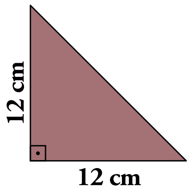
b)

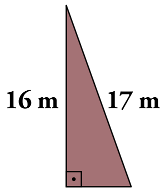


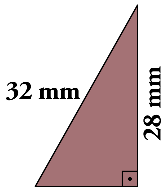
a) $l = \sqrt{15^2 + 20^2} = \sqrt{625} = 25 \text{ m}$

b) $l = \sqrt{65^2 - 16^2} = \sqrt{3\,969} = 63 \text{ mm}$

5. **Calcula el lado desconocido en cada triángulo aproximando hasta las décimas:**

a) 

b) 

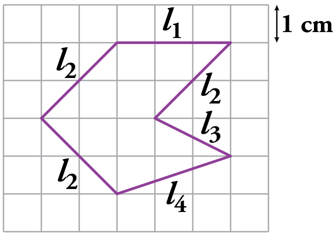
c) 

a) $l = \sqrt{12^2 + 12^2} = \sqrt{2 \cdot 12^2} = 12\sqrt{2}$ cm ≈ 17 cm

b) $l = \sqrt{17^2 - 16^2} = \sqrt{33}$ m ≈ 5,7 m

c) $l = \sqrt{32^2 - 28^2} = \sqrt{240}$ mm ≈ 15,5 mm

6. **Halla el perímetro de la siguiente figura:**



$l_1 = 3$ u

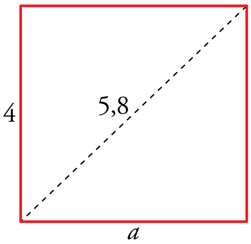
$l_2 = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$ u

$l_3 = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$ u

$l_4 = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$ u

$P = l_1 + 3\,l_2 + l_3 + l_4 = 3 + 6\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{10}$ u

7. **Calcula el perímetro de un rectángulo cuya diagonal mide 5,8 cm, y uno de los lados, 4 cm.**



$a = \sqrt{5{,}8^2 - 4^2} = \sqrt{17{,}64} = 4{,}2 \rightarrow P = 16{,}4$ cm

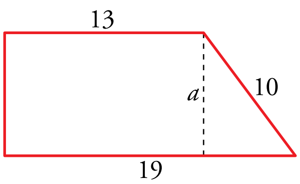
El perímetro es de 16,4 cm.

8. **Halla la diagonal de un cuadrado cuyo perímetro mide 28 dam.**

$l = \dfrac{28}{4} = 7$ dam

La diagonal mide $\sqrt{7^2 + 7^2} = 7\sqrt{2} \approx 9{,}9$ dam

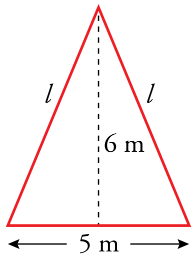
9. **Los lados paralelos de un trapecio rectángulo miden 13 dm y 19 dm, y el lado oblicuo mide 10 dm. Calcula la altura.**



$a = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8$ dm

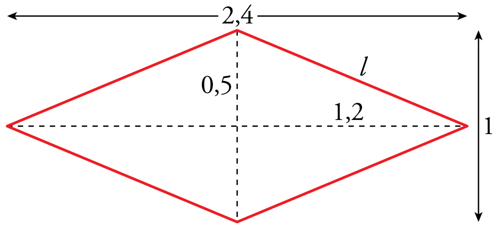
El trapecio tiene una altura de 8 dm.

10. **Calcula los lados iguales de un triángulo isósceles sabiendo que el lado desigual mide 5 m y la altura correspondiente, 6 m.**



$l = \sqrt{6^2 + 2{,}5^2} = 6{,}5$ m

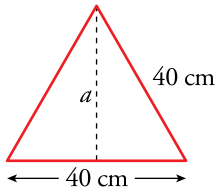
11. **Calcula la medida del lado de un rombo cuyas diagonales miden 1 dm y 2,4 dm.**



$l = \sqrt{1{,}2^2 + 0{,}5^2} = \sqrt{1{,}69} = 1{,}3$ dm

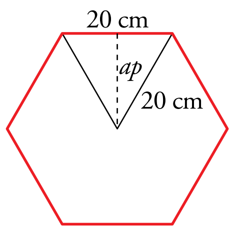
Cada lado mide 1,3 dm.

12. **Halla la altura de un triángulo equilátero de 40 cm de lado. Aproxima hasta los milímetros.**



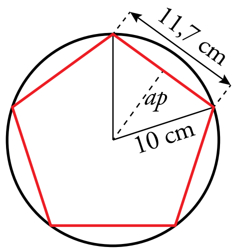
$a = \sqrt{40^2 - 20^2} = 34{,}6$ cm

13. **Halla la apotema de un hexágono regular de 20 cm de lado. (Recuerda que en el hexágono regular el lado mide lo mismo que el radio).**



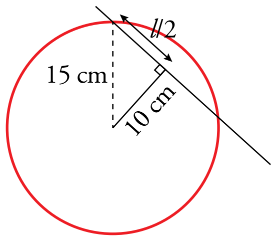
$ap = \sqrt{20^2 - 10^2} = 17{,}3$ cm

14. **Un pentágono regular de 11,7 cm de lado está inscrito en una circunferencia de 10 cm de radio. Calcula su apotema.**



$ap = \sqrt{10^2 - 5{,}85^2} = 8{,}1$ cm

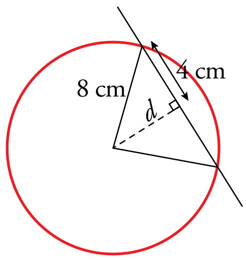
15. **Una recta pasa a 10 cm del centro de una circunferencia de 15 cm de radio. Halla, aproximando hasta las décimas, la longitud de la cuerda que se genera.**



$$\frac{l}{2} = \sqrt{15^2 - 10^2} = 11{,}2 \text{ cm}$$

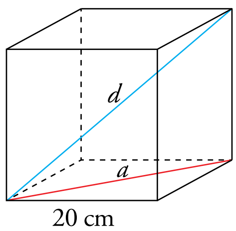
$$l = 2 \cdot 11{,}2 = 22{,}4 \text{ cm}$$

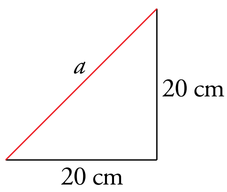
16. **¿A qué distancia del centro de una circunferencia de 8 cm de radio debe pasar una recta para que la cuerda mida 8 cm?**

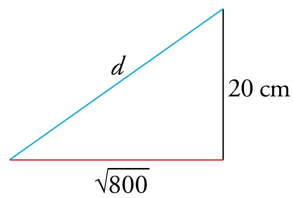


$$d = \sqrt{8^2 - 4^2} = 7 \text{ cm}$$

17. **Calcula la diagonal de un cubo de 20 cm de arista. Aproxima hasta los milímetros.**

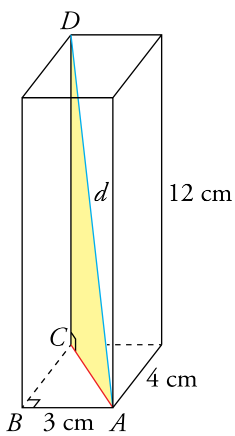


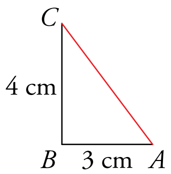




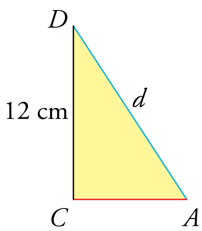
$$a = \sqrt{20^2 + 20^2} = \sqrt{800} \qquad d = \sqrt{(\sqrt{800})^2 + 20^2} = \sqrt{800 + 400} = 34{,}6 \text{ cm}$$

18. **Halla la diagonal de un ortoedro cuyas dimensiones son 3 cm, 4 cm y 12 cm.**



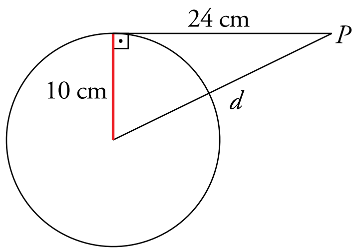


$$\overline{AC} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ cm}$$



$$d = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13 \text{ cm}$$

19. **Desde un punto P exterior a una circunferencia de radio 10 m se traza un segmento tangente de 24 m. ¿A qué distancia está P del centro de la circunferencia?**

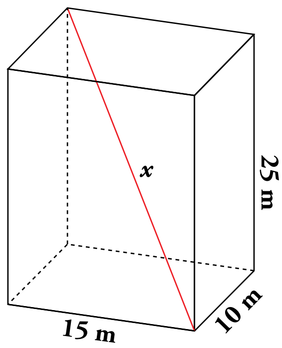


$$d = \sqrt{24^2 + 10^2} = 26 \text{ cm}$$

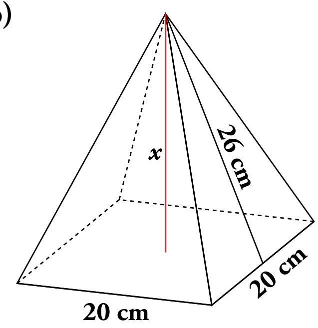
Página 186

20. **Calcula, con una cifra decimal, la longitud de *x* en cada uno de los siguientes cuerpos geométricos:**

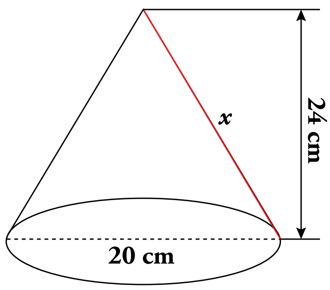
a)



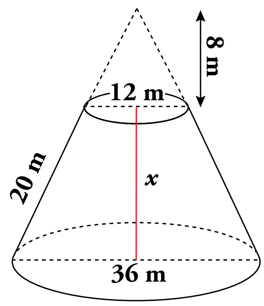
b)



c)



d)



a) Diagonal de la base: $d = \sqrt{15^2 + 10^2} = 18$ m

$x = \sqrt{18^2 + 25^2} = 30{,}8$ m

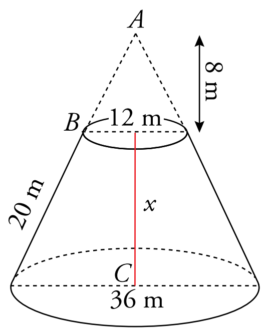
b) Diagonal de la base: $d = \sqrt{20^2 + 20^2} = 28{,}3$ cm $\rightarrow$ Semidiagonal = 14,2 cm

Arista de una cara triangular: $a = \sqrt{26^2 + 10^2} = 27{,}9$ cm

$x = \sqrt{27{,}9^2 - 14{,}2^2} = 24$ cm

c) $x = \sqrt{24^2 + 10^2} = 26$ cm

d)



$\overline{AB} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ cm

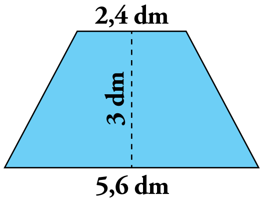
$\overline{AC} = 8 + x = \sqrt{(10 + 20)^2 - 18^2} = \sqrt{30^2 - 18^2} = 24$ cm

Por tanto: $x = 24 - 8 = 16$ cm

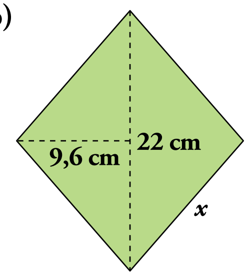
Áreas y perímetros utilizando el teorema de Pitágoras

21. **Halla el área y el perímetro en cada una de las siguientes figuras:**

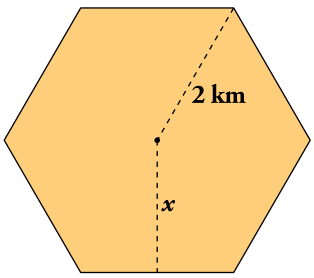
a)



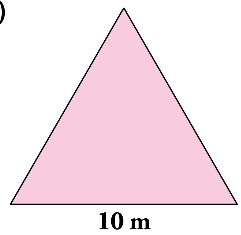
b)



c)



d)



a) $A = \dfrac{(2{,}4 + 5{,}6) \cdot 3}{2} = 12 \text{ dm}^2$

Lado oblicuo $= \sqrt{3^2 + \left(\dfrac{5{,}6 - 2{,}4}{2}\right)^2} = 3{,}4$ dm

$P = 2{,}4 + 5{,}6 + 2 \cdot 3{,}4 = 14{,}8$ dm

b) $A = \dfrac{(2 \cdot 9{,}6) \cdot 22}{2} = 211{,}2 \text{ cm}^2$

Lado $= \sqrt{11^2 + 9{,}6^2} = 14{,}6$ cm

$P = 4 \cdot 14{,}6 = 58{,}4$ cm

c) $ap = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3} = 1{,}7$ km

$A = \dfrac{6 \cdot 2 \cdot 1{,}7}{2} = 10{,}2 \text{ km}^2$

$P = 2 \cdot 6 = 12$ km

d) Altura $= \sqrt{10^2 - 5^2} = 8{,}7$ m

$A = \dfrac{10 \cdot 8{,}7}{2} = 43{,}5 \text{ m}^2$

$P = 3 \cdot 10 = 30$ m

22. **Halla el área y el perímetro de las figuras descritas en …**

a) … el ejercicio 9.

b) … el ejercicio 10.

c) … el ejercicio 11.

d) … el ejercicio 12.

e) … el ejercicio 13.

f) … el ejercicio 14.

a) $A = \dfrac{(13+19)\cdot 8}{2} = 128 \text{ dm}^2$

$P = 13 + 19 + 2 \cdot 10 = 52 \text{ dm}$

b) $A = \dfrac{6 \cdot 5}{2} = 15 \text{ m}^2$

$P = 6{,}5 \cdot 2 + 5 = 18 \text{ m}$

c) $A = \dfrac{1 \cdot 2{,}4}{2} = 1{,}2 \text{ dm}^2$

$P = 1{,}3 \cdot 4 = 5{,}2 \text{ dm}$

d) $A = \dfrac{40 \cdot 34{,}6}{2} = 692 \text{ cm}^2$

$P = 40 \cdot 3 = 120 \text{ cm}$

e) $A = \dfrac{6 \cdot 20 \cdot 17{,}3}{2} = 1\,038 \text{ cm}^2$

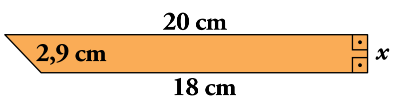
$P = 6 \cdot 20 = 120 \text{ cm}$

f) $A = \dfrac{8{,}1 \cdot 5 \cdot 11{,}7}{2} = 236{,}9 \text{ cm}^2$

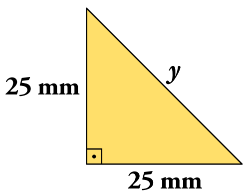
$P = 5 \cdot 11{,}7 = 58{,}5 \text{ cm}$

En cada una de estas figuras coloreadas, halla su área y su perímetro. Para ello, tendrás que calcular la medida de algún elemento (lado, diagonal, apotema, ángulo…). Si no es exacta, hállala con una cifra decimal.

23. **a)**



b)



a) $x = \sqrt{2{,}9^2 - 2^2} = \sqrt{4{,}41} = 2{,}1 \text{ cm}$

$P = 20 + 2{,}1 + 18 + 2{,}9 = 43 \text{ cm}$

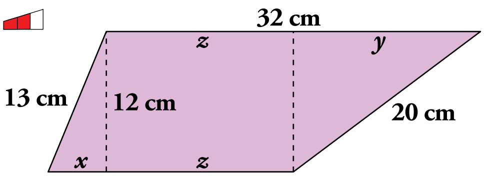
$A = \dfrac{20+18}{2} \cdot 2{,}1 = 39{,}9 \text{ cm}^2$

b) $y = \sqrt{25^2 + 25^2} \approx 35{,}36 \text{ mm}$

$P = 35{,}36 + 25 + 25 \approx 85{,}36 \text{ mm}$

$A = \dfrac{25 \cdot 25}{2} = 312{,}5 \text{ mm}^2$

24.



$P = 32 + 20 + 16 + 5 + 13 = 86 \text{ cm}$

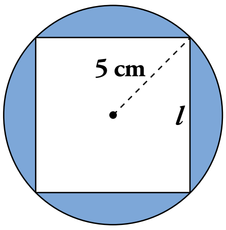
$x = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5 \text{ cm}$

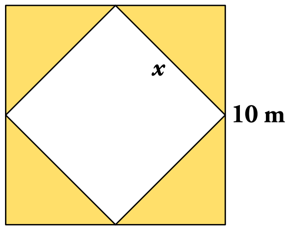
$y = \sqrt{20^2 - 12^2} = 16 \text{ cm}$

$z = 32 - 16 = 16 \text{ cm}$

$A = \dfrac{32 + 21}{2} \cdot 12 = 318 \text{ cm}^2$

25. **Observa que en estas figuras el perímetro es la periferia interior y exterior.**

a) 

b) 

a) $l^2 + l^2 = 10^2 \rightarrow l^2 = 50$

$l = \sqrt{50} \approx 7{,}07$ cm

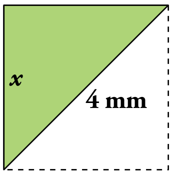
$P = 2\pi r + 4l = 10\pi + 4l \approx 59{,}7$ cm

$A = \pi r^2 - l^2 = 25\pi - (7{,}07)^2 \approx 28{,}55$ cm^2

b) $x = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50} \approx 7{,}07$ m

$P = 10 \cdot 4 + 7{,}07 \cdot 4 = 68{,}28$ m

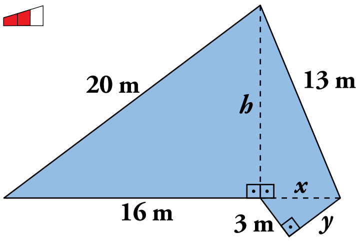
$A = 100 - x^2 \approx 50{,}02$ m^2

26. 

$x^2 + x^2 = 4^2 \rightarrow x^2 = 8 \rightarrow x \approx 2{,}83$ mm

$P = 2x + 4 \approx 9{,}66$ mm

$A = \dfrac{x \cdot x}{2} = 4$ mm^2

27. 

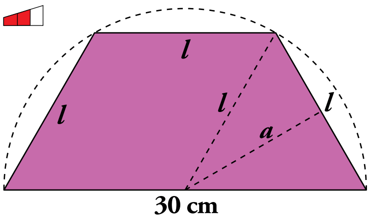
$h = \sqrt{20^2 - 16^2} = 12$ m

$x = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$ m

$y = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ m

$P = 20 + 13 + 4 + 3 + 16 = 56$ m

$A = \dfrac{(16 + 5) \cdot 12}{2} + \dfrac{3 \cdot 4}{2} = 132$ m^2

28. 

$l = 15$ cm

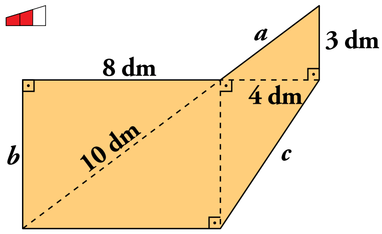
$a = \sqrt{15^2 - 7{,}5^2} = \sqrt{168{,}75} \approx 13$ cm

$P = 30 + 3 \cdot 15 = 75$ cm

$A = \dfrac{15 \cdot 3 \cdot a}{2} \approx 292{,}5$ cm^2

Página 187

29.



$a = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$ dm

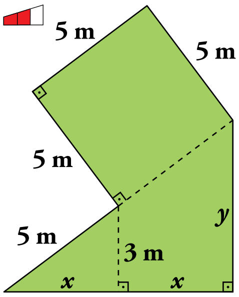
$b = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{36} = 6$ dm

$c = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{52} = 7{,}21$ dm

$P = 8 + 5 + 3 + 7{,}21 + 8 + 6 = 37{,}21$ dm

$A = 6 \cdot 8 + (4 \cdot 6) : 2 + (3 \cdot 4) : 2 = 48 + 12 + 6 = 66$ dm^2

30.



$x = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ m

$y = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$ m

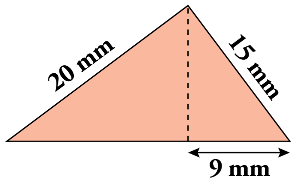
$P = 4 \cdot 5 + 8 + 6 = 34$ m

$A = 5^2 + \dfrac{8 \cdot 6}{2} = 49$ m^2

Página 188

Resuelve problemas

31. **Calcula las medidas que sean necesarias para clasificar el siguiente triángulo según sus ángulos:**



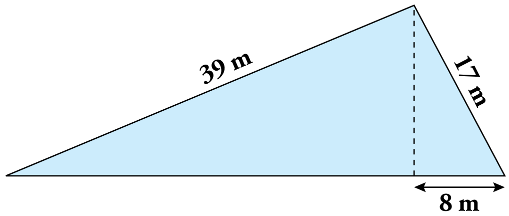
Llamando h a la altura del triángulo y x al trozo de base que falta, tenemos:

$h = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$ mm

$x = \sqrt{20^2 - 12^2} = 16$ mm

$20^2 + 15^2 = 625 = (16 + 9)^2 \rightarrow$ Rectángulo

32. **Clasifica el siguiente triángulo en rectángulo, acutángulo u obtusángulo. Para ello, calcula la medida de alguno de sus elementos:**



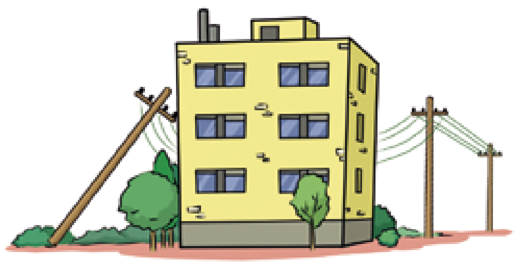
Llamando h a la altura del triángulo y x al trozo de base que falta, tenemos:

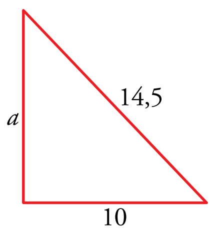
$h = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$ m

$x = \sqrt{39^2 - 15^2} = 36$ m

$39^2 + 17^2 = 1\,810 < 1\,936 = (36 + 8)^2 \rightarrow$ Obtusángulo

33. **Un poste de 14,5 m de alto se quiebra por su base y cae sobre un edificio que se encuentra a 10 m de él. ¿Cuál es la altura a la que golpea?**

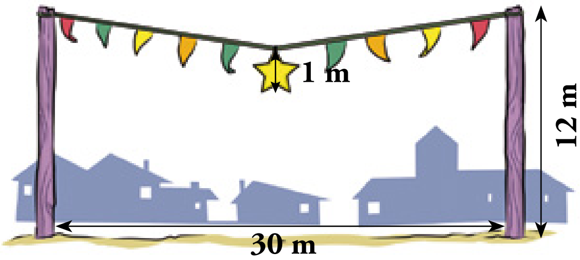


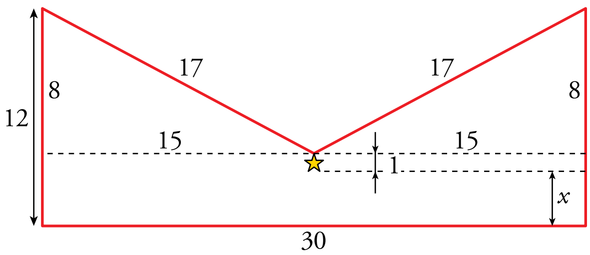


$a = \sqrt{14{,}5^2 - 10^2} = \sqrt{110{,}25} = 10{,}5$

Golpea el edificio a una altura de 10,5 m.

34. **En las fiestas de un pueblo, cuelgan una estrella de 1 m de altura en medio de una cuerda de 34 m que está atada a los extremos de dos postes de 12 m separados 30 m entre sí. ¿A qué distancia del suelo queda la estrella?**



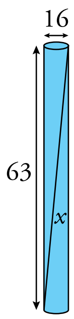


$\sqrt{17^2 - 15^2} = 8$

$x = 12 - 8 - 1 = 3$

La estrella está a 3 m del suelo.

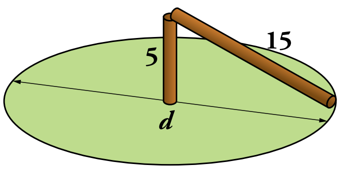
35. **Indica si una varilla de 65 cm de longitud cabe en un cilindro de 63 cm de altura y 8 cm de radio de la base.**



$x = \sqrt{16^2 + 63^2} = 65$

Cabe justo.

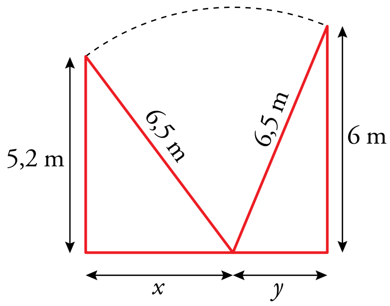
36. **El tronco de un árbol seco de 20 m está en el centro de un parque circular. Debemos cortarlo para poner columpios, pero no queremos que al partirse se salga del recinto del parque. Para ello lo hemos cortado a un cuarto de su altura y así cae justo en el borde del recinto. ¿Cuántos metros mide el diámetro del parque?**



$20 : 4 = 5 \rightarrow d = 2 \cdot \sqrt{15^2 - 5^2} \approx 28,3$

El diámetro del parque mide 28,3 m.

37. **Un operario de la compañía eléctrica apoya su escalera de 6,5 m de largo en una pared a una altura de 6 m. Después de arreglar la avería, sin mover la base de la escalera, apoya esta en la pared de enfrente a una altura de 5,2 m. ¿A qué distancia se encuentran las paredes?**



$x = \sqrt{6{,}5^2 - 5{,}2^2} = 3{,}9$

$y = \sqrt{6{,}5^2 - 6^2} = 2{,}5$

$x + y = 6{,}4$

Hay 6,4 m de distancia entre ambas paredes.

38. **En una torre con forma de prisma de 36 m de altura cuya base es un rectángulo de 40 m de largo y 12 m de ancho, hay una escalera por el exterior. Hay cuatro tramos de escalera, uno por cada cara lateral de la torre. En todos ellos se asciende la misma altura. Sabiendo que cada metro de escalera tiene 3 escalones, ¿cuántos hay para subir a la torre?**

Dividiendo los 36 m de altura de la torre en cuatro tramos, tenemos que cada tramo tiene 9 m de alto.

El tramo oblicuo que va por la parte estrecha de la torre mide:

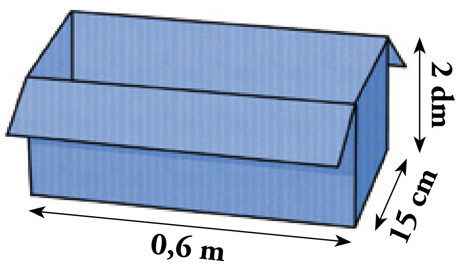
$$\sqrt{12^2 + 9^2} = 15 \text{ m}$$

El que va por la parte ancha:

$$\sqrt{40^2 + 9^2} = 41 \text{ m}$$

Así que en total tenemos $2 \cdot (15 + 41) = 112$ m de escaleras, que hacen un total de $112 \cdot 3 =$ $= 336$ escaleras para subir a la torre.

39. **Julián quiere guardar una plancha metálica de 20 cm × 62 cm en una caja como la siguiente. Comprueba si puede hacerlo.**



Pasamos todas las medidas de la caja a centímetros y calculamos la diagonal de su base.

Altura caja = 20 cm

Ancho caja = 60 cm

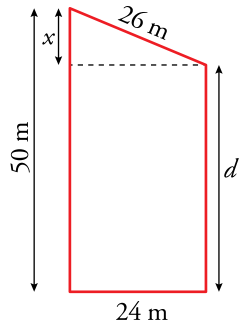
Profundidad caja = 15 cm

$$d = \sqrt{60^2 + 15^2} = \sqrt{3\,825} = 61{,}85 \text{ dm}$$

La plancha metálica no cabe en la caja.

Página 189

40. **Una tirolina de 26 m de longitud está atada a dos postes que distan 24 m. Si Manuela sale desde el primer poste a una altura de 50 m, ¿a qué altura llegará en el segundo poste?**

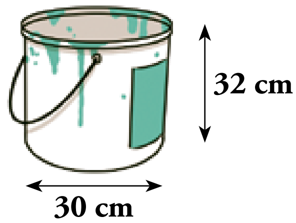


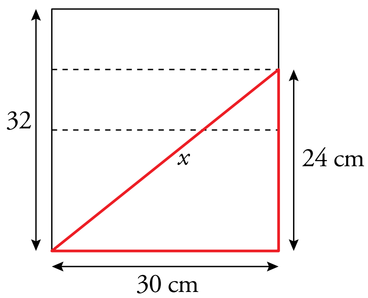
$x = \sqrt{26^2 - 24^2} = 10$

$d = 50 - 10 = 40$

La altura a la que llega Manuela en el segundo poste es de 40 metros.

41. **Este bote de pintura está lleno en sus tres cuartas partes. En su interior se ha caído un pincel de 40 cm de largo. ¿Crees que el pincel se habrá sumergido completamente en la pintura?**



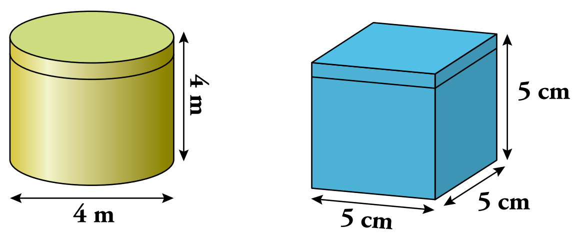


$\frac{3}{4}$ de $32 = 24$

$x = \sqrt{24^2 + 30^2} = 38,4$

Por tanto, el pincel no se habrá sumergido completamente.

42. **Calcula la longitud del mayor listón que cabe en cada una de estas cajas:**



En la caja cilíndrica:

$$\sqrt{4^2 + 4^2} = 5,6 \text{ (aproximando a las décimas por truncamiento)}$$

La longitud del mayor listón que cabe es 5,6 m.

En la caja cúbica, la diagonal de la base es:

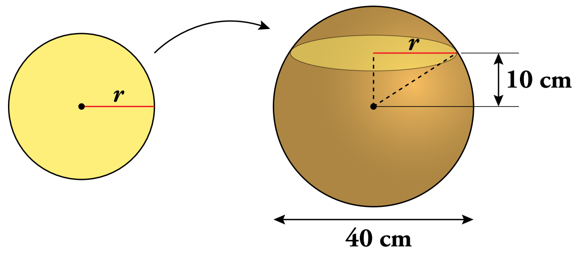
$$\sqrt{5^2 + 5^2} = 7 \text{ (aproximando a las décimas por truncamiento)}$$

Y la diagonal de la caja es:

$$\sqrt{7^2 + 5^2} = 8,6$$

La longitud del mayor listón que cabe es 8,6 cm.

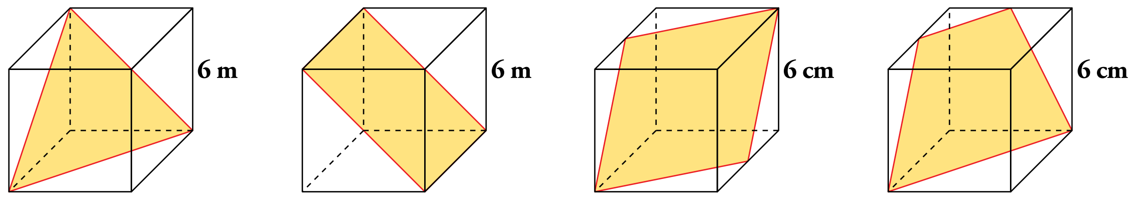
43. **Calcula el radio de la circunferencia que se obtiene al cortar una esfera de 40 cm de diámetro por un plano que pasa a 10 cm del centro.**



$r = \sqrt{20^2 - 10^2} = 17{,}3$ cm (redondeando a las décimas)

Problemas "+"

44. **Hemos cortado cuatro cubos de poliespán como se muestra en las siguientes figuras. Halla el área y el perímetro de estos polígonos.**



TRIÁNGULO:

$l = \sqrt{6^2 + 6^2} = 8{,}5$ m

$h = \sqrt{8{,}5^2 - 4{,}25^2} = 7{,}4$ m

$A \approx \dfrac{8{,}5 \cdot 7{,}4}{2} = 31{,}45 \text{ m}^2$

$P \approx 8{,}5 \cdot 3 = 25{,}5$ m

RECTÁNGULO:

Lado mayor, $L = \sqrt{6^2 + 6^2} = 8{,}5$ m

Lado menor, $l = 6$ m

$A \approx 8{,}5 \cdot 6 = 51 \text{ m}^2$

$P \approx 2 \cdot (6 + 8{,}5) = 29$ m

ROMBO:

$l = \sqrt{6^2 + 3^2} \approx 6{,}7$ cm

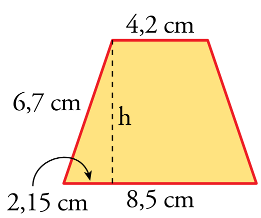
Diagonal menor, $d = \sqrt{6^2 + 6^2} \approx 8{,}5$ cm

Diagonal mayor, $D = \sqrt{6^2 + 6^2 + 6^2} \approx 10{,}4$ cm

$P = 4 \cdot 6{,}7 = 26{,}8$ cm

$A = \dfrac{8{,}5 \cdot 10{,}4}{2} = 44{,}2 \text{ cm}^2$

TRAPECIO:



$h = \sqrt{6{,}7^2 - 2{,}15^2} \approx 6{,}3$ cm

Base mayor, $B = \sqrt{6^2 + 6^2} \approx 8{,}5$ cm

Base menor, $b = \sqrt{3^2 + 3^2} \approx 4{,}2$ cm

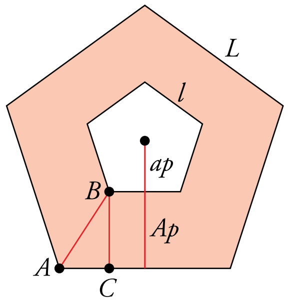
Lado lateral, $l = \sqrt{6^2 + 3^2} \approx 6{,}7$ cm

$P = 8{,}5 + 4{,}2 + 2 \cdot 6{,}7 = 26{,}1$ cm

$A = \dfrac{8{,}5 + 4{,}2}{2} \cdot 6{,}3 = 40 \text{ cm}^2$

45. **El edificio El Pentágono, en Washington (Estados Unidos), es un pentágono regular de 300 m de lado y la apotema de su patio interior, también pentagonal regular, mide 86 m.**

La longitud del lado del pentágono exterior es 2,4 veces la del interior y la distancia entre los vértices *A* y *B* (observa el gráfico) es de 148,51 m. ¿Qué superficie tiene su planta?



Tenemos estos datos:

$L = 300$ m

$l = 300 : 2{,}4 = 125$ m

$ap = 86$ m

$\overline{AB} = 148{,}51$ m

- Calculamos la apotema del pentágono grande:

$$\overline{AC} = \frac{L - l}{2} = \frac{300 - 125}{2} = 87{,}5 \text{ m}$$

Aplicamos el teorema de Pitágoras en el triángulo ABC:

$$\overline{BC} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{AC}^2} = \sqrt{148{,}51^2 - 87{,}5^2} = \sqrt{22\,055{,}22 - 7\,656{,}25} \approx 120 \text{ m}$$

$$Ap = ap + \overline{BC} = 86 + 120 = 206 \text{ m}$$

- Área del pentágono grande:

$$A_1 = \frac{(300 \cdot 5) \cdot 206}{2} = 154\,500 \text{ m}^2$$

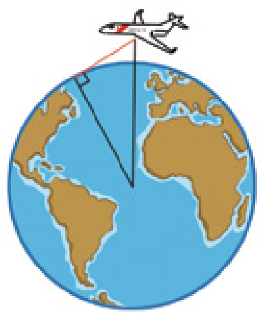
- Área del pentágono pequeño:

$$A_2 = \frac{(125 \cdot 5) \cdot 86}{2} = 26\,875 \text{ m}^2$$

- Area de la planta:

$$A_1 - A_2 = 154\,500 - 26\,875 = 127\,625 \text{ m}^2$$

46. **Si vuelas en un avión a 10 000 m de altura, ¿a qué distancia se encuentra el punto más alejado que puedes ver en el horizonte?**



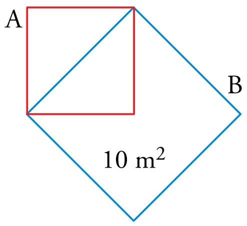
Radio de la Tierra: 6371 km

$$x = \sqrt{(10 + 6\,371)^2 + 6\,371^2} \approx 9\,017 \text{ km}$$

Página 191

Entrénate resolviendo problemas

- **Calcula la superficie de un cuadrado cuya diagonal coincide con el lado de otro cuadrado de 10 m² de superficie.**

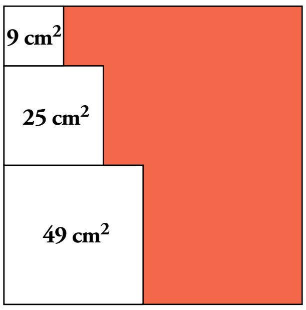


Un dibujo hace ver que el resultado es… 5 m².

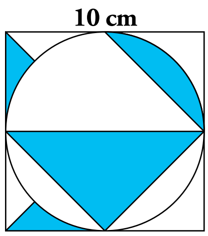
La mitad de la superficie del cuadrado A es igual a la cuarta parte de la superficie del cuadrado B.

- **Calcula el área de la parte coloreada de cada una de las siguientes figuras:**

a)



b)

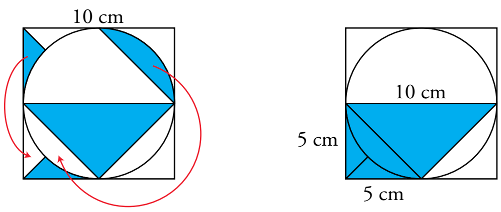


a) Los lados de los cuadrados que están dentro del cuadrado grande miden 3 cm, 5 cm y 7 cm.

Por tanto, el lado del cuadrado grande mide 15 cm y su superficie, 225 cm².

El área de la parte coloreada es: 225 – 9 – 25 – 49 = 142 cm².

b) Recomponemos la figura:



Podemos calcular el área de varias formas. Por ejemplo:

- Observamos que la parte coloreada es 3/8 del cuadrado. Por tanto, su área es:

$$A = \frac{3}{8} \cdot 100 = 37{,}5 \text{ cm}^2$$

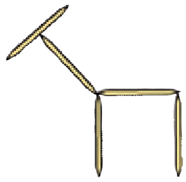
- La parte coloreada es la mitad del cuadrado grande menos el triángulo de base 5 cm y altura 5 cm.

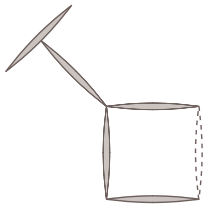
$$A = \frac{10 \cdot 10}{2} - \frac{5 \cdot 5}{2} = 50 - 12{,}5 = 37{,}5 \text{ cm}^2$$

- La zona coloreada es un trapecio de bases 10 cm y 5 cm y altura 5 cm.

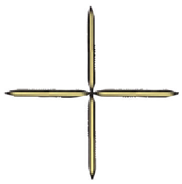
$$A = \frac{10 + 5}{2} \cdot 5 = 37{,}5 \text{ cm}^2$$

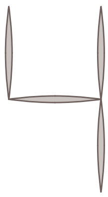
- **Moviendo un único palillo es posible conseguir que la "jirafa" mire en otra dirección. ¿Sabrías hacerlo?**





- **¡Medio en broma, medio en serio! Moviendo solo un palillo, forma un cuadrado. ¿Sabrías hacerlo?**





Es el "cuadrado" de 2.